

Teoria dos Grafos

Grafos Hamiltonianos

Prof. Tiago Eugenio de Melo
tmelo@uea.edu.br

www.tiagodemelo.info

Observações

- As definições e teorias apresentadas aqui foram baseadas no livro *Fundamentos da Teoria dos Grafos para Computação* (LTC, 2018).
- A numeração das definições e teoremas seguem as mesmas referências adotadas no livro para facilitar a localização.

GRAFOS HAMILTONIANOS

Introdução

- Definição 9.1
 - Dado um grafo G , um **caminho hamiltoniano** em G é um caminho que contém **todo vértice** de G exatamente uma vez.

Introdução

- Definição 9.1
 - Dado um grafo G , um **caminho hamiltoniano** em G é um caminho que contém **todo vértice** de G exatamente uma vez.
 - Um grafo que contém um caminho Hamiltoniano é chamado um **grafo rastreável**.

Introdução

- Definição 9.2
 - Dado um grafo G , um **ciclo hamiltoniano** (ou circuito hamiltoniano) em G é um ciclo que contém todo vértice de G .

Introdução

- Definição 9.3
 - Um grafo G é um grafo hamiltoniano se tem um ciclo hamiltoniano.

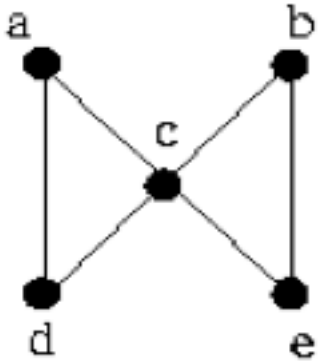
Exemplo

Exemplo

- Os dois grafos são caminhos e ciclos hamiltonianos?

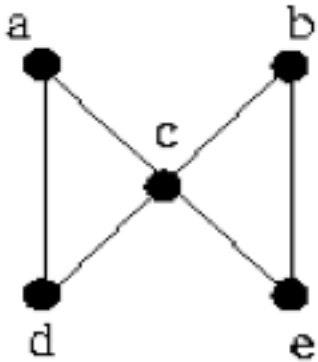
Exemplo

- Os dois grafos são caminhos e ciclos hamiltonianos?



Exemplo

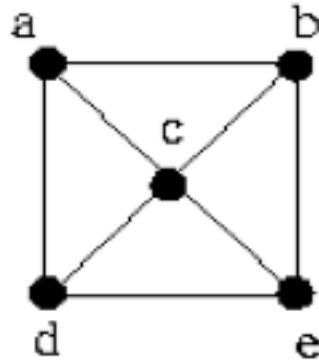
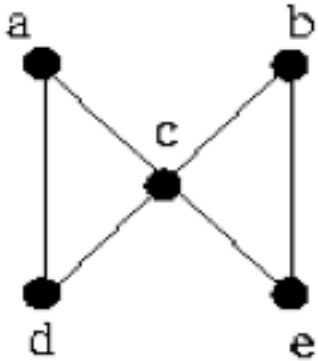
- Os dois grafos são caminhos e ciclos hamiltonianos?



apenas caminho

Exemplo

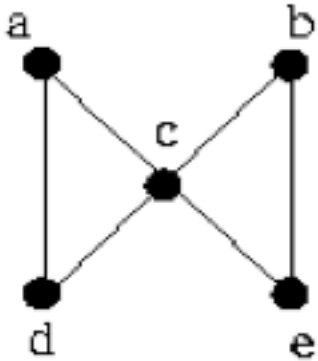
- Os dois grafos são caminhos e ciclos hamiltonianos?



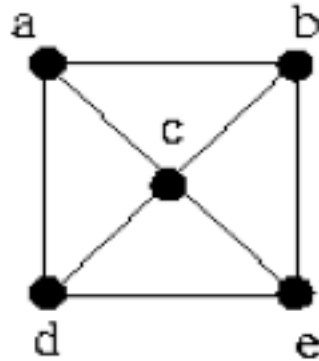
apenas caminho

Exemplo

- Os dois grafos são caminhos e ciclos hamiltonianos?



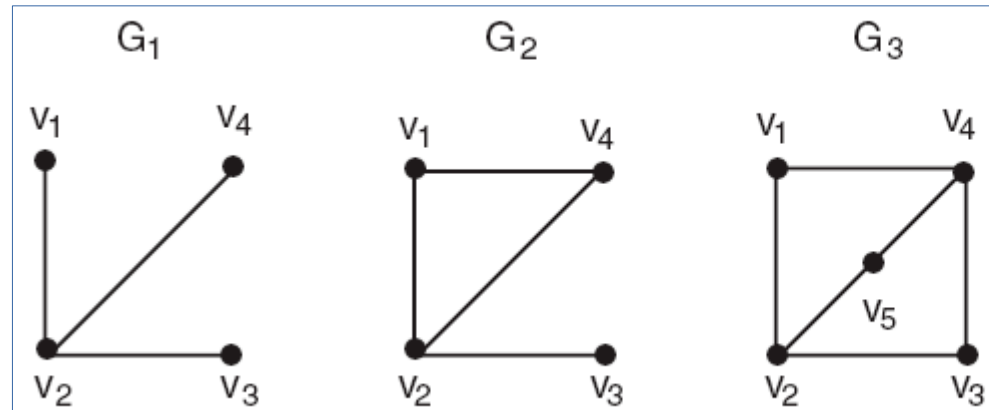
apenas caminho



caminho e ciclo hamiltoniano

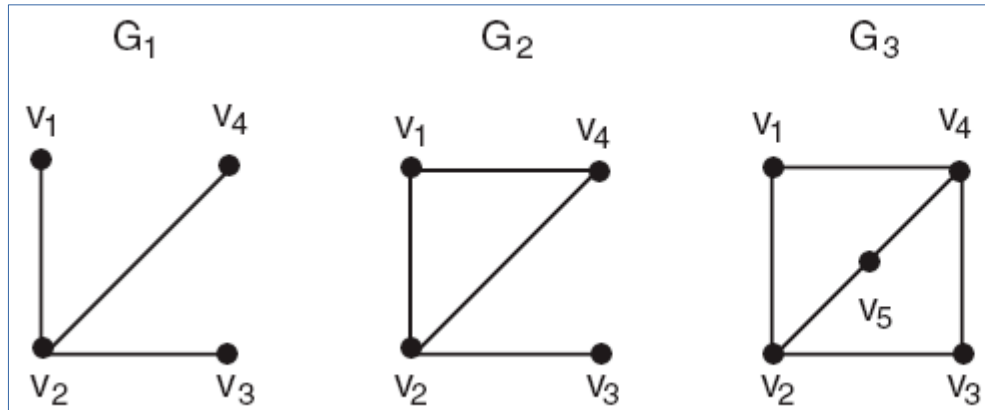
Exemplo

Exemplo



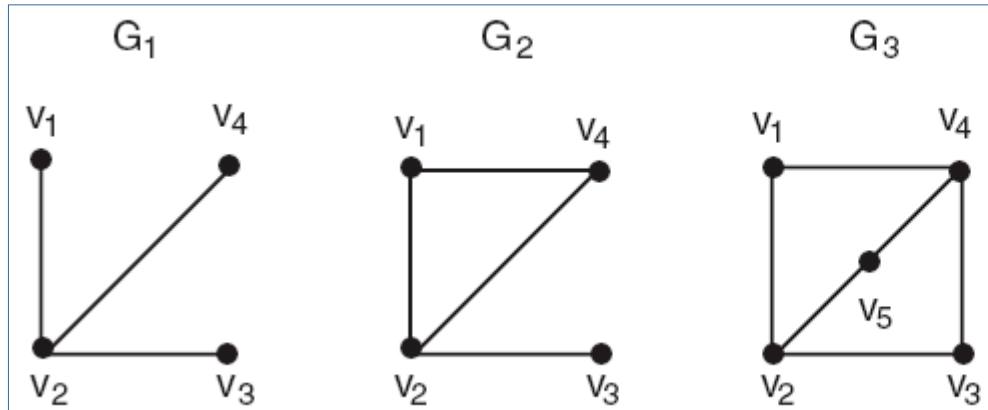
Exemplo

- O grafo G_1 não tem caminho hamiltoniano.



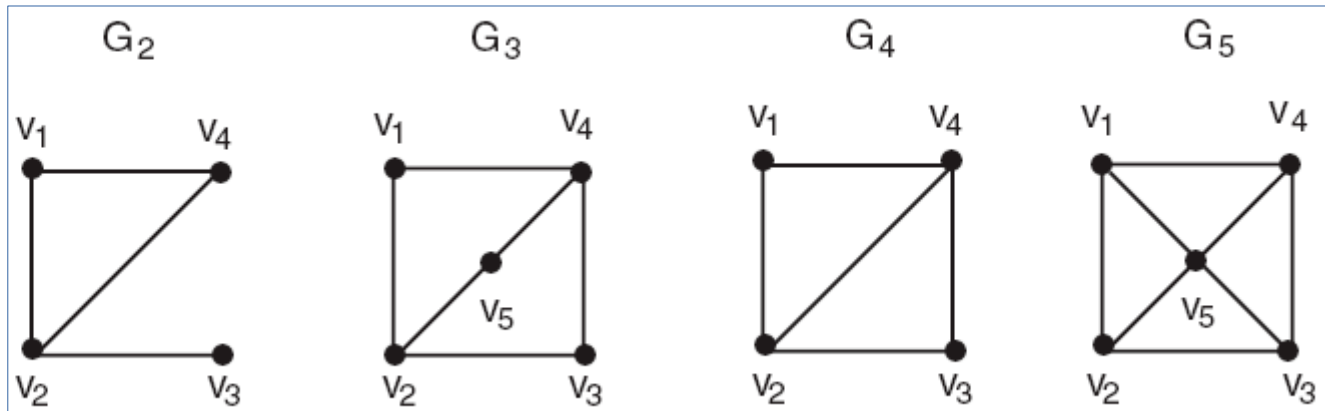
Exemplo

- O grafo G_1 não tem caminho hamiltoniano.
- Os grafos G_2 e G_3 têm caminho hamiltoniano ($v_4v_1v_2v_3$) (por exemplo) e ($v_1v_2v_5v_4v_3$), respectivamente.



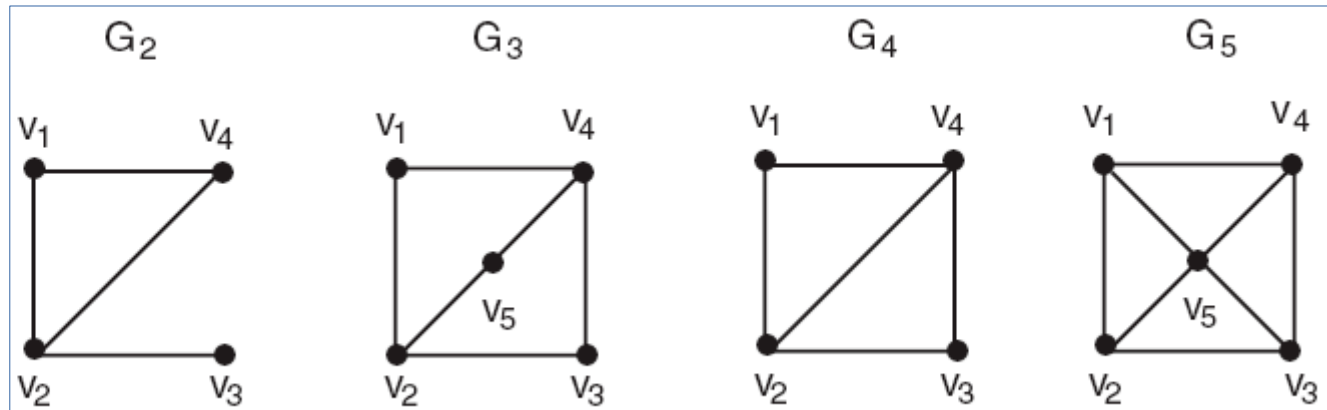
Exemplo

Exemplo



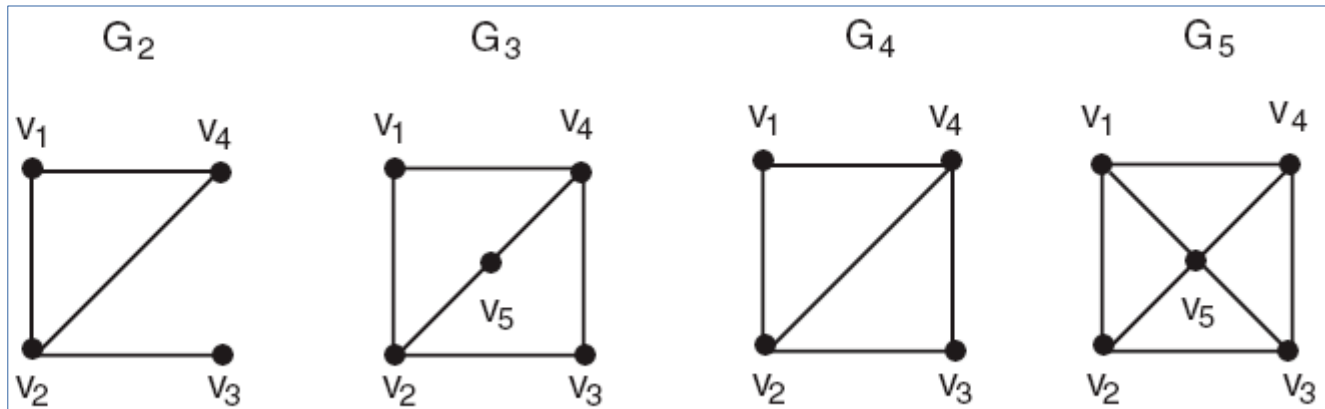
Exemplo

- Os grafos G_2 e G_3 , entretanto, não têm ciclos hamiltonianos.



Exemplo

- Os grafos G_2 e G_3 , entretanto, não têm ciclos hamiltonianos.
- Já os grafos G_4 e G_5 têm ciclos hamiltonianos $(v_1v_2v_3v_4v_1)$ e $(v_1v_5v_2v_3v_4v_1)$.



Pergunta?

Pergunta?

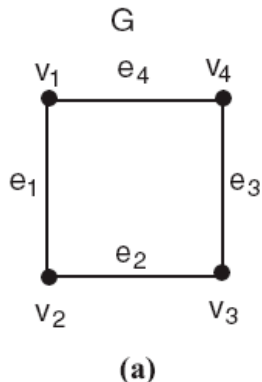
- Dado qualquer grafo hamiltoniano G , se G^* é um supergrafo de G obtido por meio da adição de novas arestas entre vértices de G .

Pergunta?

- Dado qualquer grafo hamiltoniano G , se G^* é um supergrafo de G obtido por meio da adição de novas arestas entre vértices de G .
- G^* será também hamiltoniano?

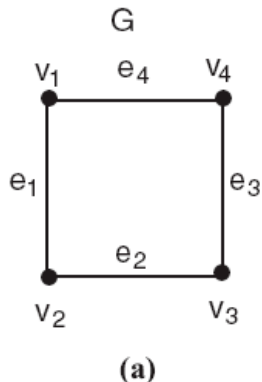
Pergunta?

- Dado qualquer grafo hamiltoniano G , se G^* é um supergrafo de G obtido por meio da adição de novas arestas entre vértices de G .
- G^* será também hamiltoniano?



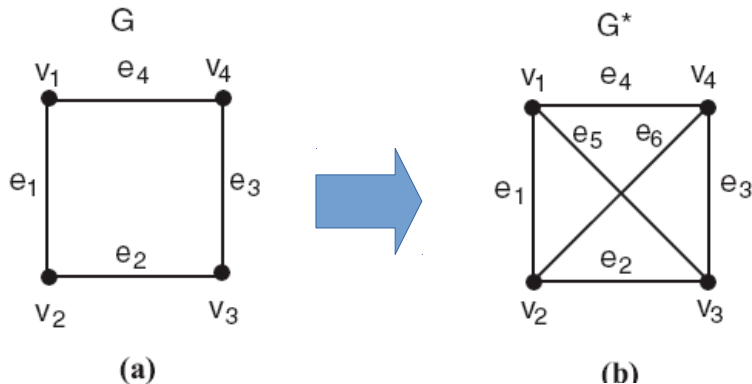
Pergunta?

- Dado qualquer grafo hamiltoniano G , se G^* é um supergrafo de G obtido por meio da adição de novas arestas entre vértices de G .
- G^* será também hamiltoniano?



Pergunta?

- Dado qualquer grafo hamiltoniano G , se G^* é um supergrafo de G obtido por meio da adição de novas arestas entre vértices de G .
- G^* será também hamiltoniano?



Introdução

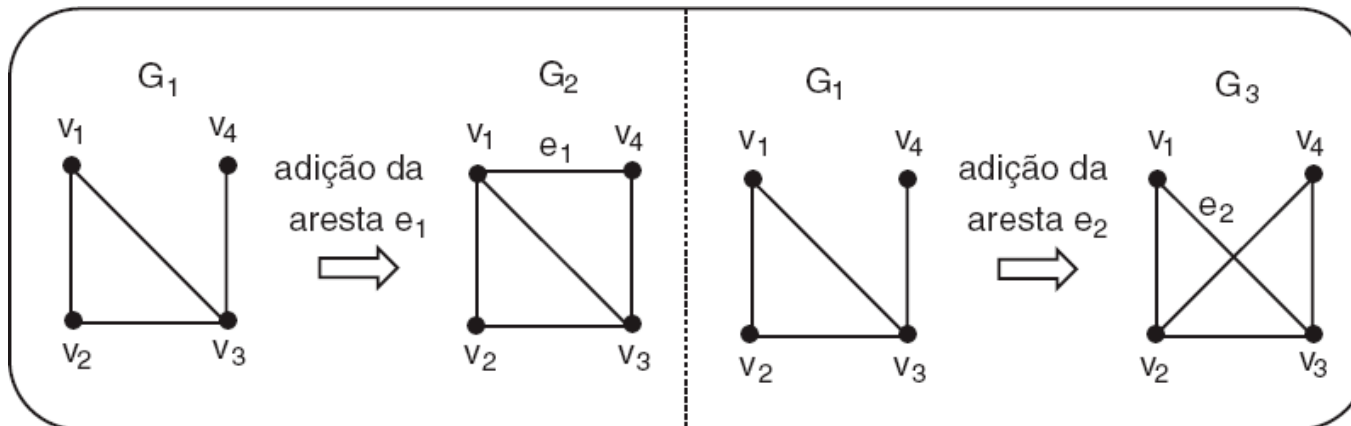
Introdução

- Definição 9.4
 - Um grafo simples G_1 é chamado não hamiltoniano maximal se não for hamiltoniano, mas a adição a ele de qualquer aresta conectando dois vértices não adjacentes resulta em um grafo hamiltoniano.

Introdução

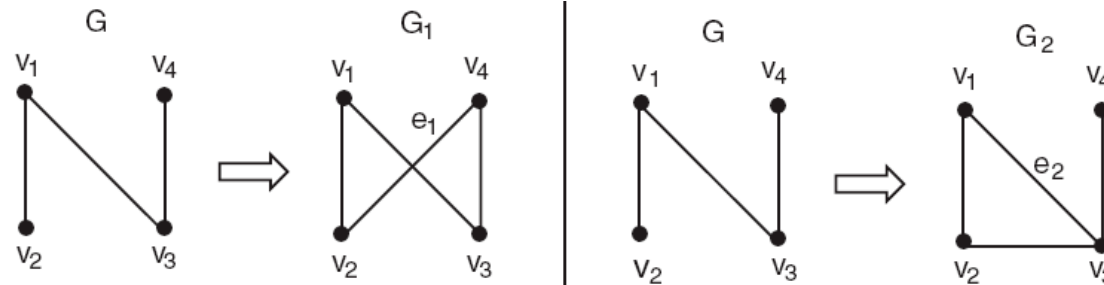
- Definição 9.4

- Um grafo simples G_1 é chamado não hamiltoniano maximal se não for hamiltoniano, mas a adição a ele de qualquer aresta conectando dois vértices não adjacentes resulta em um grafo hamiltoniano.



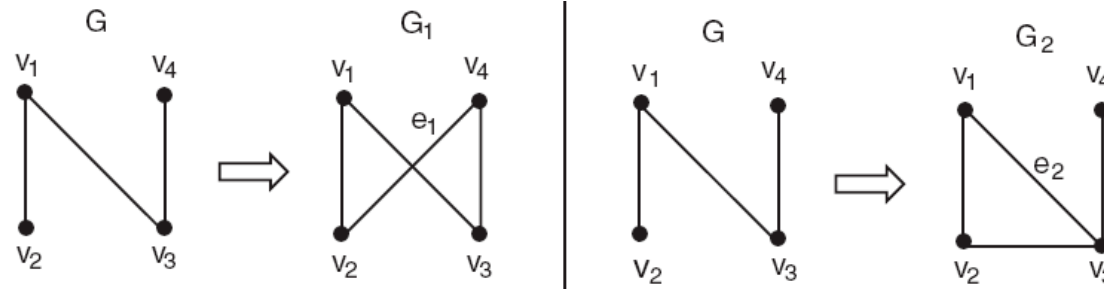
Grafo Hamiltoniano Maximal

Grafo Hamiltoniano Maximal



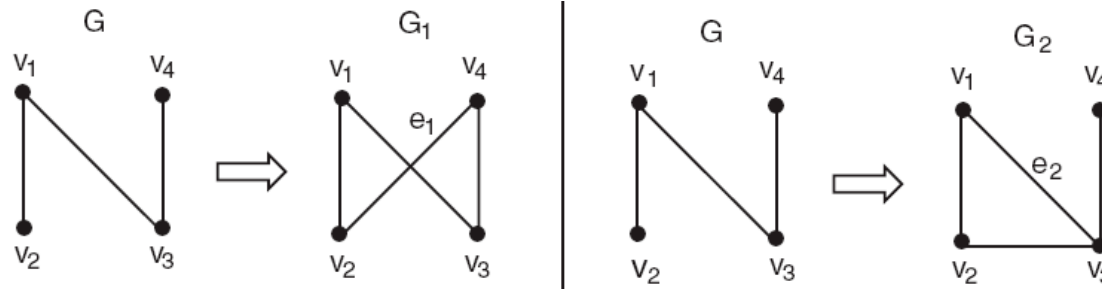
Grafo Hamiltoniano Maximal

- Considerare o grafo G .



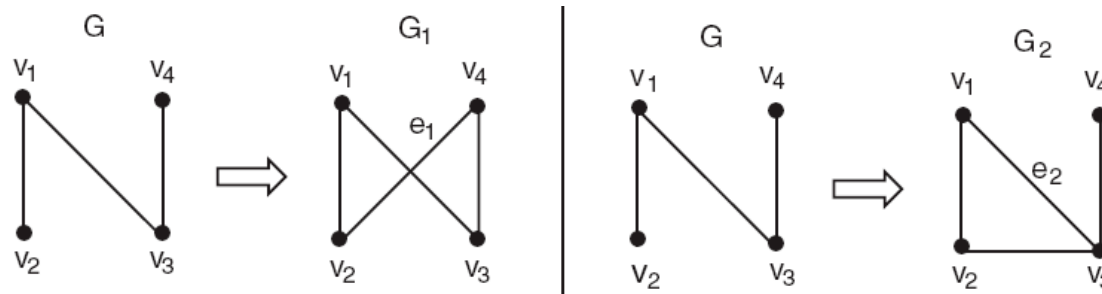
Grafo Hamiltoniano Maximal

- Considere o grafo G .
- A adição da aresta e_1 a G resulta no grafo hamiltoniano G_1 .



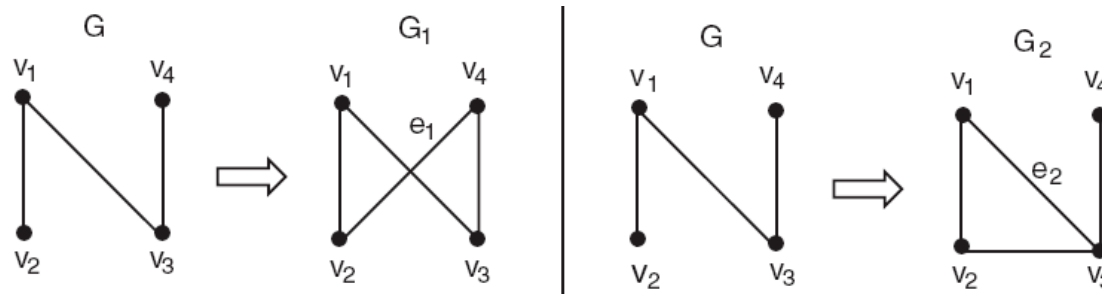
Grafo Hamiltoniano Maximal

- Considere o grafo G .
- A adição da aresta e_1 a G resulta no grafo hamiltoniano G_1 .
- A adição da aresta e_2 a G resulta no grafo não hamiltoniano G_2 .



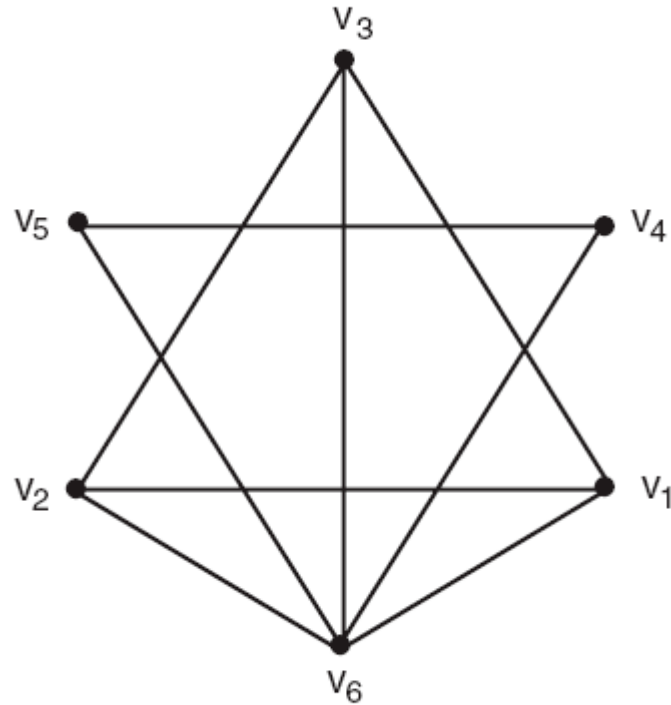
Grafo Hamiltoniano Maximal

- Considere o grafo G .
- A adição da aresta e_1 a G resulta no grafo hamiltoniano G_1 .
- A adição da aresta e_2 a G resulta no grafo não hamiltoniano G_2 .
- Portanto, não é a adição de qualquer aresta que torna G hamiltoniano, o que faz com que G não possa ser caracterizado como não hamiltoniano maximal.



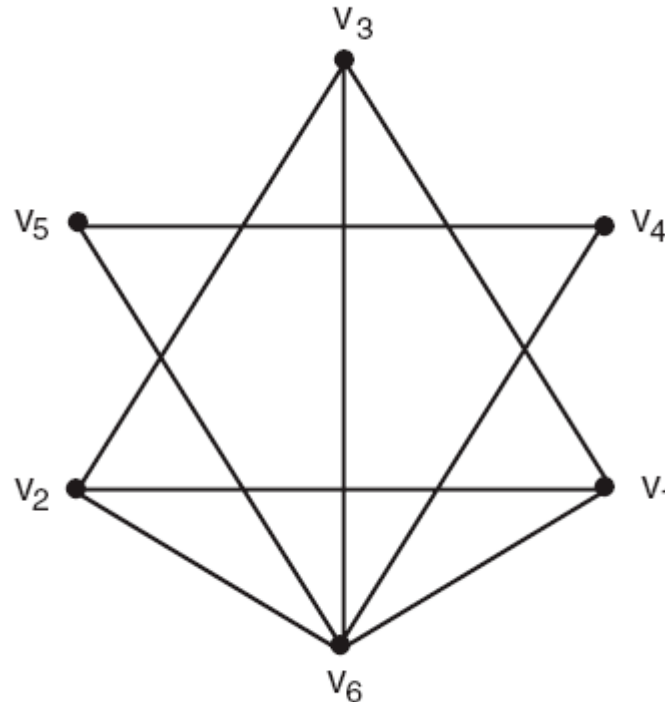
Pergunta

Pergunta



Pergunta

- O grafo abaixo é um grafo hamiltoniano maximal?



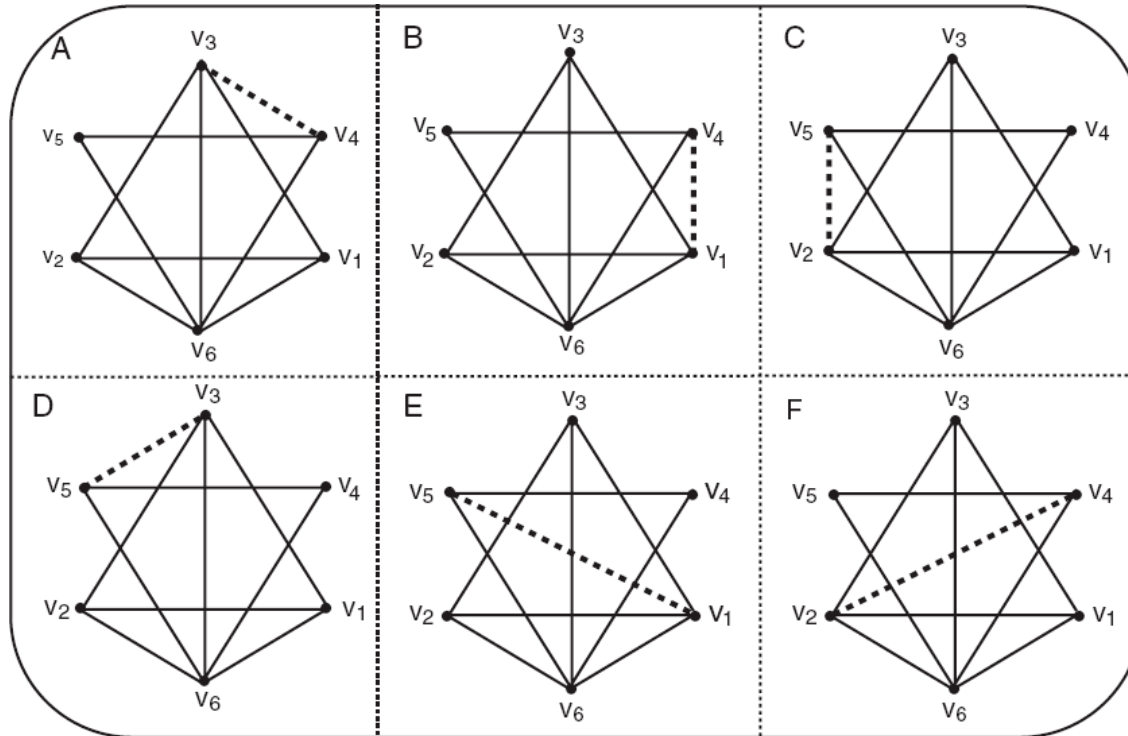
Análise

Análise

- Possibilidades de inclusão de arestas:

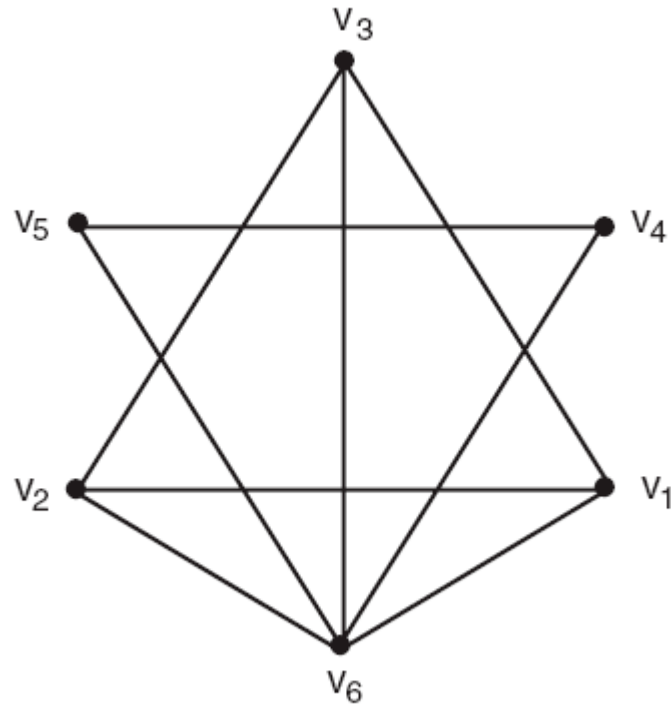
Análise

- Possibilidades de inclusão de arestas:



Resposta

Resposta



Resposta

- O grafo é hamiltoniano maximal.

