

# Álgebra e Cálculo Relacional

Tiago Eugenio de Melo  
tmelo@uea.edu.br

Escola Superior de Tecnologia  
Universidade do Estado do Amazonas

2 de Dezembro de 2021

# Álgebra Relacional

# Álgebra Relacional

# Álgebra Relacional

- Conjunto básico de operações que nos permite manipular relações no modelo relacional.

# Álgebra Relacional

- Conjunto básico de operações que nos permite manipular relações no modelo relacional.
- As operações da álgebra relacional produzem novas relações, ou seja, a aplicação da álgebra relacional tem sempre como resultado uma nova relação.

# Álgebra Relacional

- Conjunto básico de operações que nos permite manipular relações no modelo relacional.
- As operações da álgebra relacional produzem novas relações, ou seja, a aplicação da álgebra relacional tem sempre como resultado uma nova relação.
- As relações obtidas por utilização das operações da álgebra relacional podem ser igualmente utilizadas em outras operações da álgebra.

# Álgebra Relacional

- Conjunto básico de operações que nos permite manipular relações no modelo relacional.
- As operações da álgebra relacional produzem novas relações, ou seja, a aplicação da álgebra relacional tem sempre como resultado uma nova relação.
- As relações obtidas por utilização das operações da álgebra relacional podem ser igualmente utilizadas em outras operações da álgebra.
- Uma sequência de operações da álgebra relacional forma uma expressão cujo resultado é uma relação que representa o resultado de uma consulta à base de dados.

# Álgebra Relacional

# Álgebra Relacional

- A álgebra relacional é utilizada principalmente como formalismo para implementar e otimizar consultas no modelo relacional.

# Álgebra Relacional

- A álgebra relacional é utilizada principalmente como formalismo para implementar e otimizar consultas no modelo relacional.
- A linguagem SQL incorpora alguns dos conceitos da álgebra relacional.

# Operações da Álgebra Relacional

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados
  - Seleção ( $\sigma$ )

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados
  - Seleção ( $\sigma$ )
  - Projeção ( $\pi$ )

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados
  - Seleção ( $\sigma$ )
  - Projeção ( $\pi$ )
  - Renomeação ( $\rho$ )

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados
  - Seleção ( $\sigma$ )
  - Projeção ( $\pi$ )
  - Renomeação ( $\rho$ )
  - Junção ( $\bowtie$ )

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados
  - Seleção ( $\sigma$ )
  - Projeção ( $\pi$ )
  - Renomeação ( $\rho$ )
  - Junção ( $\bowtie$ )
  - Agregação ( $\mathcal{A}$ )

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados
  - Seleção ( $\sigma$ )
  - Projeção ( $\pi$ )
  - Renomeação ( $\rho$ )
  - Junção ( $\bowtie$ )
  - Agregação ( $\mathfrak{S}$ )
- Operações sobre conjuntos

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados
  - Seleção ( $\sigma$ )
  - Projeção ( $\pi$ )
  - Renomeação ( $\rho$ )
  - Junção ( $\bowtie$ )
  - Agregação ( $\mathcal{A}$ )
- Operações sobre conjuntos
  - União ( $\cup$ )

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados
  - Seleção ( $\sigma$ )
  - Projeção ( $\pi$ )
  - Renomeação ( $\rho$ )
  - Junção ( $\bowtie$ )
  - Agregação ( $\mathcal{A}$ )
- Operações sobre conjuntos
  - União ( $\cup$ )
  - Intersecção ( $\cap$ )

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados
  - Seleção ( $\sigma$ )
  - Projeção ( $\pi$ )
  - Renomeação ( $\rho$ )
  - Junção ( $\bowtie$ )
  - Agregação ( $\mathcal{A}$ )
- Operações sobre conjuntos
  - União ( $\cup$ )
  - Intersecção ( $\cap$ )
  - Diferença ( $-$ )

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados
  - Seleção ( $\sigma$ )
  - Projeção ( $\pi$ )
  - Renomeação ( $\rho$ )
  - Junção ( $\bowtie$ )
  - Agregação ( $\mathcal{A}$ )
- Operações sobre conjuntos
  - União ( $\cup$ )
  - Intersecção ( $\cap$ )
  - Diferença ( $-$ )
  - Produto Cartesiano ( $\times$ )

# Operações da Álgebra Relacional

- Operações específicas de banco de dados
  - Seleção ( $\sigma$ )
  - Projeção ( $\pi$ )
  - Renomeação ( $\rho$ )
  - Junção ( $\bowtie$ )
  - Agregação ( $\mathcal{A}$ )
- Operações sobre conjuntos
  - União ( $\cup$ )
  - Intersecção ( $\cap$ )
  - Diferença ( $-$ )
  - Produto Cartesiano ( $\times$ )
  - Divisão ( $\div$ )

# Operação de Seleção

# Operação de Seleção

- Permite selecionar um subconjunto de tuplas de uma relação a partir de uma condição de atributos.

# Operação de Seleção

- Permite selecionar um subconjunto de tuplas de uma relação a partir de uma condição de atributos.
- A operação de seleção é representada pela expressão  $\sigma_{COND(R)}$ , onde  $\sigma$  é o operador de seleção e  $COND$  é a condição sobre atributos da relação  $R$ .

# Operação de Seleção

- Permite selecionar um subconjunto de tuplas de uma relação a partir de uma condição de atributos.
- A operação de seleção é representada pela expressão  $\sigma_{COND(R)}$ , onde  $\sigma$  é o operador de seleção e  $COND$  é a condição sobre atributos da relação  $R$ .
- A condição  $COND$  pode ser da forma  $A_i \theta A_j$  ou  $A_i \theta VAL$ , onde  $A_i$  e  $A_j$  são atributos,  $\theta$  é um operador de comparação  $\{=, <, >, \leq, \geq, \neq\}$  e  $VAL \in \text{dom}(A_i)$ .

# Operação de Seleção

- Permite selecionar um subconjunto de tuplas de uma relação a partir de uma condição de atributos.
- A operação de seleção é representada pela expressão  $\sigma_{COND}(R)$ , onde  $\sigma$  é o operador de seleção e  $COND$  é a condição sobre atributos da relação  $R$ .
- A condição  $COND$  pode ser da forma  $A_i \theta A_j$  ou  $A_i \theta VAL$ , onde  $A_i$  e  $A_j$  são atributos,  $\theta$  é um operador de comparação  $\{=, <, >, \leq, \geq, \neq\}$  e  $VAL \in \text{dom}(A_i)$ .
- A condição  $COND$  também pode ser composta por várias cláusulas ligadas pelos operadores lógicos AND, OR ou NOT.

# Operação de Seleção

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	3
125	Chico da Silva	...	2.200	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	4

# Operação de Seleção

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	3
125	Chico da Silva	...	2.200	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	4

Obtenha os empregados que trabalham no departamento 4 e cujo salário seja superior a 1.500 reais.

# Operação de Seleção

$\sigma_{NumDep = 4 \text{ AND } Salario > 1.500}(\text{EMPREGADO})$

<b>Matricula</b>	<b>Nome</b>	<b>...</b>	<b>Salario</b>	<b>NumDep</b>
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	4

# Operação de Seleção

# Operação de Seleção

- A relação resultante da operação de seleção  $\sigma_{COND}(R)$  tem os mesmos atributos da relação  $R$ .

# Operação de Seleção

- A relação resultante da operação de seleção  $\sigma_{COND}(R)$  tem os mesmos atributos da relação  $R$ .
- $\sigma$  é um operador comutativo:  
$$\sigma_{COND1}(\sigma_{COND2}(R)) = \sigma_{COND2}(\sigma_{COND1}(R))$$

# Operação de Seleção

- A relação resultante da operação de seleção  $\sigma_{COND}(R)$  tem os mesmos atributos da relação  $R$ .
- $\sigma$  é um operador comutativo:  
$$\sigma_{COND1}(\sigma_{COND2}(R)) = \sigma_{COND2}(\sigma_{COND1}(R))$$
- Uma sequência de operações de seleção pode ser substituída por uma única operação de seleção com a conjunção de todas as condições:

# Operação de Seleção

- A relação resultante da operação de seleção  $\sigma_{COND}(R)$  tem os mesmos atributos da relação  $R$ .
- $\sigma$  é um operador comutativo:  
$$\sigma_{COND1}(\sigma_{COND2}(R)) = \sigma_{COND2}(\sigma_{COND1}(R))$$
- Uma sequência de operações de seleção pode ser substituída por uma única operação de seleção com a conjunção de todas as condições:
  - $\sigma_{COND1}(\sigma_{COND2}(\sigma_{COND3}(R))) = \sigma_{COND1 \text{ AND } COND2 \text{ AND } COND3}(R)$

# Operação de Projeção

# Operação de Projeção

- Permite obter uma nova relação com apenas alguns atributos da relação original.

# Operação de Projeção

- Permite obter uma nova relação com apenas alguns atributos da relação original.
- A operação de projeção é representada pela expressão  $\pi_{ATRIB}(R)$ , onde  $\pi$  é o operador de projeção e  $ATRIB$  é a lista de atributos que serão selecionados da relação  $R$ .

# Operação de Projeção

- Permite obter uma nova relação com apenas alguns atributos da relação original.
- A operação de projeção é representada pela expressão  $\pi_{ATRIB}(R)$ , onde  $\pi$  é o operador de projeção e  $ATRIB$  é a lista de atributos que serão selecionados da relação  $R$ .
- A relação resultante da operação de projeção tem apenas os atributos definidos em  $ATRIB$  na mesma ordem em que estes aparecem indicados na lista.

# Operação de Projeção

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	3
125	Chico da Silva	...	2.200	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	4

# Operação de Projeção

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	3
125	Chico da Silva	...	2.200	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	4

Obtenha o número de matrícula e os nomes de todos os empregados.

# Operação de Projeção

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	3
125	Chico da Silva	...	2.200	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	4

Obtenha o número de matrícula e os nomes de todos os empregados.

$$\pi_{Matricula, Nome}(EMPREGADO)$$

# Operação de Projeção

$\pi_{Matricula, Nome}(\text{EMPREGADO})$

Matricula	Nome
123	Juca Chaves
124	Abelardo Barbosa
125	Chico da Silva
126	Adoniran Barbosa

# Operação de Projeção

# Operação de Projeção

- Para que o resultado seja uma relação válida, a operação de projeção **remove tuplas repetidas** (pode ser necessário quando a lista não inclui a chave de R).

# Operação de Projeção

Empregado

<b>Matricula</b>	<b>Nome</b>	<b>...</b>	<b>Salario</b>	<b>NumDep</b>
123	Juca Chaves	...	1.000	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	3
125	Chico da Silva	...	2.200	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	4

# Operação de Projeção

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	3
125	Chico da Silva	...	2.200	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	4

Obtenha o número dos departamentos onde trabalha pelo menos um empregado.

# Operação de Projeção

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	3
125	Chico da Silva	...	2.200	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	4

Obtenha o número dos departamentos onde trabalha pelo menos um empregado.

$$\pi_{NumDep}(EMPREGADO)$$

# Operação de Projeção

$\pi_{NumDep}(\text{EMPREGADO})$

NumDep
2
3
4

# Operação de Projeção

$$\pi_{NumDep}(EMPREGADO)$$

NumDep
2
3
4

Observe que os elementos repetidos foram removidos da resposta ( $NumDep = 4$ ).

# Operação de Renomeação

# Operação de Renomeação

- Permite obter uma nova relação com o nome da relação e/ou o nome dos atributos renomeados.

# Operação de Renomeação

- Permite obter uma nova relação com o nome da relação e/ou o nome dos atributos renomeados.
- A operação de renomeação é representada pelas expressões  $\rho_S(R)$  ou  $\rho_{S(B_1, B_2, \dots, B_n)}(R)$ , onde  $\rho$  é o operador de renomeação,  $S$  é o novo nome da relação e  $B_1, B_2, \dots, B_n$  são os novos nomes dos atributos.

# Operação de Junção

# Operação de Junção

- Permite combinar tuplas de duas relações que obedecem a uma condição de junção.

# Operação de Junção

- Permite combinar tuplas de duas relações que obedecem a uma condição de junção.
- A operação de junção é representada pela expressão  $R \bowtie_{COND} S$ , onde  $\bowtie$  é o operador de junção,  $COND$  é a condição de junção e  $R$  e  $S$  são duas relações quaisquer.

# Operação de Junção

- Permite combinar tuplas de duas relações que obedecem a uma condição de junção.
- A operação de junção é representada pela expressão  $R \bowtie_{COND} S$ , onde  $\bowtie$  é o operador de junção,  $COND$  é a condição de junção e  $R$  e  $S$  são duas relações quaisquer.
- A condição  $COND$  é da forma  $A_i \theta B_j$ , onde  $\theta$  é um operador de comparação  $\{=, <, >, \leq, \geq, \neq\}$ ,  $A_i$  é um atributo de  $R$  e  $B_j$  é um atributo de  $S$ .

# Operação de Junção

- Permite combinar tuplas de duas relações que obedecem a uma condição de junção.
- A operação de junção é representada pela expressão  $R \bowtie_{COND} S$ , onde  $\bowtie$  é o operador de junção,  $COND$  é a condição de junção e  $R$  e  $S$  são duas relações quaisquer.
- A condição  $COND$  é da forma  $A_i \theta B_j$ , onde  $\theta$  é um operador de comparação  $\{=, <, >, \leq, \geq, \neq\}$ ,  $A_i$  é um atributo de  $R$  e  $B_j$  é um atributo de  $S$ .
- A condição  $COND$  também pode ser composta por várias cláusulas ligadas pelo operador lógico AND.

# Operação de Junção

# Operação de Junção

- A operação de junção entre  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  e  $S(B_1, B_2, \dots, B_m)$  tem como resultado a relação  $T(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$ , onde existe uma tupla para cada combinação possível de tuplas de  $R$  com tuplas de  $S$  que satisfaz a condição de junção.

# Operação de Junção

- A operação de junção entre  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  e  $S(B_1, B_2, \dots, B_m)$  tem como resultado a relação  $T(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$ , onde existe uma tupla para cada combinação possível de tuplas de  $R$  com tuplas de  $S$  que satisfaz a condição de junção.
- A operação de junção equivale às operações de produto cartesiano e de seleção  $R \bowtie_{COND} S = \sigma_{COND}(R \times S)$ .

# Operação de Junção

- A operação de junção entre  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  e  $S(B_1, B_2, \dots, B_m)$  tem como resultado a relação  $T(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$ , onde existe uma tupla para cada combinação possível de tuplas de  $R$  com tuplas de  $S$  que satisfaz a condição de junção.
- A operação de junção equivale às operações de produto cartesiano e de seleção  $R \bowtie_{COND} S = \sigma_{COND}(R \times S)$ .
- A operação de junção é muito utilizada em bancos de dados porque permite lidar com relacionamentos entre relações.

# Operação de Junção

## Exemplo

*Empregado*

Nome	IdEmp	DeptNome
Harry	3415	Finanças
Sally	2241	Vendas
George	3401	Finanças
Harriet	2202	Vendas

*Departamento*

DeptNome	Gerente
Finanças	George
Vendas	Harriet
Produção	Charles

*Empregado* ⋈ *Departamento*

Nome	IdEmp	DeptNome	Gerente
Harry	3415	Finanças	George
Sally	2241	Vendas	Harriet
George	3401	Finanças	George
Harriet	2202	Vendas	Harriet

# Operação de Agregação

# Operação de Agregação

- Permite agrupar as tuplas e sumarizar informação a partir das funções de agregação.

# Operação de Agregação

- Permite agrupar as tuplas e sumarizar informação a partir das funções de agregação.
- A operação de agregação é representada pela expressão  $ATRIB \mathfrak{S} FUNC(R)$ , onde  $\mathfrak{S}$  é o operador de agregação,  $ATRIB$  é a lista de atributos de  $R$  a serem agrupados e  $FUNC$  é a lista de funções de agregação.

# Operação de Agregação

- Permite agrupar as tuplas e sumarizar informação a partir das funções de agregação.
- A operação de agregação é representada pela expressão  $ATRIB^{\mathfrak{S}}FUNC^{(R)}$ , onde  $\mathfrak{S}$  é o operador de agregação,  $ATRIB$  é a lista de atributos de  $R$  a serem agrupados e  $FUNC$  é a lista de funções de agregação.
- A lista  $FUNC$  é da forma  $\theta(A_i)$ , onde  $\theta$  é uma função de agregação (SUM, AVG, MAX, MIN, COUNT) e  $A_i$  é um atributo de  $R$ .

# Operação de Agregação

- Permite agrupar as tuplas e sumarizar informação a partir das funções de agregação.
- A operação de agregação é representada pela expressão  $ATRIB \mathfrak{S} FUNC(R)$ , onde  $\mathfrak{S}$  é o operador de agregação,  $ATRIB$  é a lista de atributos de  $R$  a serem agrupados e  $FUNC$  é a lista de funções de agregação.
- A lista  $FUNC$  é da forma  $\theta(A_i)$ , onde  $\theta$  é uma função de agregação (SUM, AVG, MAX, MIN, COUNT) e  $A_i$  é um atributo de  $R$ .
- A relação resultante da operação de agregação tem apenas os atributos definidos em  $ATRIB$  mais um atributo por cada item da lista  $FUNC$ , cujo nome resulta da concatenação do nome da função de agregação com o nome do atributo de  $R$ .

# Operação de Agregação

# Operação de Agregação

- Obtenha o valor do salário máximo, do salário mínimo e da soma dos salários de todos os empregados.

# Operação de Agregação

- Obtenha o valor do salário máximo, do salário mínimo e da soma dos salários de todos os empregados.

$\mathcal{S}_{MAX(Salario), MIN(Salario), SUM(Salario)}(EMPREGADO)$ .

# Operação de Agregação

- Obtenha o valor do salário máximo, do salário mínimo e da soma dos salários de todos os empregados.

$\mathcal{S}_{MAX(Salario), MIN(Salario), SUM(Salario)}(EMPREGADO)$ .

- Obtenha o número de matrícula dos empregados por departamento e a respectiva média salarial.

# Operação de Agregação

- Obtenha o valor do salário máximo, do salário mínimo e da soma dos salários de todos os empregados.

$\mathcal{S} \text{MAX}(\text{Salario}), \text{MIN}(\text{Salario}), \text{SUM}(\text{Salario})(\text{EMPREGADO})$ .

- Obtenha o número de matrícula dos empregados por departamento e a respectiva média salarial.

$\text{NumDep} \mathcal{S} \text{COUNT}(\text{Matricula}), \text{AVG}(\text{Salario})(\text{EMPREGADO})$ .

NumDep	COUNT(Matricula)	AVG(Salario)
4	2	5.500,00
1	1	2.000,00
2	1	1.500,00

# Operações de União, Intersecção e Diferença

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- As operações de união, intersecção e diferença são operações binárias sobre relações que correspondem às operações matemáticas básicas sobre conjuntos.

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- As operações de união, intersecção e diferença são operações binárias sobre relações que correspondem às operações matemáticas básicas sobre conjuntos.
- As operações de união, intersecção e diferença são representadas pelas expressões  $R \cup S$ ,  $R \cap S$  e  $R - S$ , onde  $\cup$ ,  $\cap$  e  $-$  são os operadores de união, intersecção e diferença, respectivamente.

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- As operações de união, intersecção e diferença são operações binárias sobre relações que correspondem às operações matemáticas básicas sobre conjuntos.
- As operações de união, intersecção e diferença são representadas pelas expressões  $R \cup S$ ,  $R \cap S$  e  $R - S$ , onde  $\cup$ ,  $\cap$  e  $-$  são os operadores de união, intersecção e diferença, respectivamente.
- Duas relações  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  e  $S(B_1, B_2, \dots, B_n)$  são compatíveis para a união se tiverem o mesmo grau  $n$  e se o  $\text{dom}(A_i) = \text{dom}(B_i)$ , para  $1 \leq i \leq n$ .

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- As operações de união, intersecção e diferença são operações binárias sobre relações que correspondem às operações matemáticas básicas sobre conjuntos.
- As operações de união, intersecção e diferença são representadas pelas expressões  $R \cup S$ ,  $R \cap S$  e  $R - S$ , onde  $\cup$ ,  $\cap$  e  $-$  são os operadores de união, intersecção e diferença, respectivamente.
- Duas relações  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  e  $S(B_1, B_2, \dots, B_n)$  são compatíveis para a união se tiverem o mesmo grau  $n$  e se o  $\text{dom}(A_i) = \text{dom}(B_i)$ , para  $1 \leq i \leq n$ .
- Por convenção, a relação resultante das operações  $R \cup S$ ,  $R \cap S$  e  $R - S$  têm os nomes dos atributos da relação  $R$ .

# Operações de União, Intersecção e Diferença

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- O resultado da operação de  $R \cup S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ ,  $S$  ou ambos. **Tuplas repetidas são removidas.**

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- O resultado da operação de  $R \cup S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ ,  $S$  ou ambos. **Tuplas repetidas são removidas.**
- O resultado da operação  $R \cap S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$  e  $S$ .

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- O resultado da operação de  $R \cup S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ ,  $S$  ou ambos. **Tuplas repetidas são removidas.**
- O resultado da operação  $R \cap S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$  e  $S$ .
- O resultado da operação  $R - S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ , mas não estão em  $S$ .  $\cup$  e  $\cap$  são operadores comutativos e associativos:

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- O resultado da operação de  $R \cup S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ ,  $S$  ou ambos. **Tuplas repetidas são removidas.**
- O resultado da operação  $R \cap S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$  e  $S$ .
- O resultado da operação  $R - S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ , mas não estão em  $S$ .  $\cup$  e  $\cap$  são operadores comutativos e associativos:
  - $R \cup S = S \cup R$

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- O resultado da operação de  $R \cup S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ ,  $S$  ou ambos. **Tuplas repetidas são removidas.**
- O resultado da operação  $R \cap S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$  e  $S$ .
- O resultado da operação  $R - S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ , mas não estão em  $S$ .  $\cup$  e  $\cap$  são operadores comutativos e associativos:
  - $R \cup S = S \cup R$
  - $R \cap S = S \cap R$

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- O resultado da operação de  $R \cup S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ ,  $S$  ou ambos. **Tuplas repetidas são removidas.**
- O resultado da operação  $R \cap S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$  e  $S$ .
- O resultado da operação  $R - S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ , mas não estão em  $S$ .  $\cup$  e  $\cap$  são operadores comutativos e associativos:
  - $R \cup S = S \cup R$
  - $R \cap S = S \cap R$
  - $R \cup (S \cap T) = (R \cup S) \cap T$

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- O resultado da operação de  $R \cup S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ ,  $S$  ou ambos. **Tuplas repetidas são removidas.**
- O resultado da operação  $R \cap S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$  e  $S$ .
- O resultado da operação  $R - S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ , mas não estão em  $S$ .  $\cup$  e  $\cap$  são operadores comutativos e associativos:
  - $R \cup S = S \cup R$
  - $R \cap S = S \cap R$
  - $R \cup (S \cap T) = (R \cup S) \cap T$
  - $R \cap (S \cup T) = (R \cap S) \cup T$

# Operações de União, Intersecção e Diferença

- O resultado da operação de  $R \cup S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ ,  $S$  ou ambos. **Tuplas repetidas são removidas.**
- O resultado da operação  $R \cap S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$  e  $S$ .
- O resultado da operação  $R - S$  é a relação que inclui todas as tuplas que estão em  $R$ , mas não estão em  $S$ .  $\cup$  e  $\cap$  são operadores comutativos e associativos:
  - $R \cup S = S \cup R$
  - $R \cap S = S \cap R$
  - $R \cup (S \cap T) = (R \cup S) \cap T$
  - $R \cap (S \cup T) = (R \cap S) \cup T$
- O operador  $-$  não é comutativo e nem associativo, pois em geral  $R - S \neq S - R$ .

# Operação de União

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	SuperMatricula	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	130	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	170	3
125	Chico da Silva	...	2.200	180	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	125	4

# Operação de União

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	SuperMatricula	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	130	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	170	3
125	Chico da Silva	...	2.200	180	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	125	4

Obtenha o número de matrícula dos empregados que trabalham no departamento 4 **ou** que supervisionam um empregado que trabalha no departamento 4.

# Operação de União

# Operação de União

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$

# Operação de União

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$

# Operação de União

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT2 \leftarrow \pi_{SuperMatricula}(EMP\_DEP4)$

# Operação de União

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT2 \leftarrow \pi_{SuperMatricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT \leftarrow RESULT1 \cup RESULT2$

# Operação de União

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT2 \leftarrow \pi_{SuperMatricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT \leftarrow RESULT1 \cup RESULT2$

Matricula
123
125
126

# Operação de Intersecção

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	SuperMatricula	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	130	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	170	3
125	Chico da Silva	...	2.200	180	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	123	4

# Operação de Intersecção

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	SuperMatricula	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	130	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	170	3
125	Chico da Silva	...	2.200	180	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	123	4

Obtenha o número de matrícula dos empregados que trabalham no departamento 4 e que supervisionam um empregado que trabalha no departamento 4.

# Operação de Intersecção

# Operação de Intersecção

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$

# Operação de Intersecção

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$

# Operação de Intersecção

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT2 \leftarrow \pi_{SuperMatricula}(EMP\_DEP4)$

# Operação de Intersecção

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT2 \leftarrow \pi_{SuperMatricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT \leftarrow RESULT1 \cap RESULT2$

# Operação de Intersecção

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT2 \leftarrow \pi_{SuperMatricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT \leftarrow RESULT1 \cap RESULT2$

Matricula
123

# Operação de Diferença

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	SuperMatricula	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	130	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	170	3
125	Chico da Silva	...	2.200	180	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	123	4

# Operação de Diferença

Empregado

Matricula	Nome	...	Salario	SuperMatricula	NumDep
123	Juca Chaves	...	1.000	130	4
124	Abelardo Barbosa	...	2.500	170	3
125	Chico da Silva	...	2.200	180	2
126	Adoniran Barbosa	...	2.000	123	4

Obtenha o número de matrícula dos empregados que trabalham no departamento 4 e que **não** supervisionam um empregado que trabalha no departamento 4.

# Operação de Diferença

# Operação de Diferença

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$

# Operação de Diferença

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$

# Operação de Diferença

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT2 \leftarrow \pi_{SuperMatricula}(EMP\_DEP4)$

# Operação de Diferença

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT2 \leftarrow \pi_{SuperMatricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT \leftarrow RESULT1 - RESULT2$

# Operação de Diferença

- $EMP\_DEP4 \leftarrow \sigma_{NumDep=4}(EMPREGADO)$
- $RESULT1 \leftarrow \pi_{Matricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT2 \leftarrow \pi_{SuperMatricula}(EMP\_DEP4)$
- $RESULT \leftarrow RESULT1 - RESULT2$

Matricula
126

# Produto Cartesiano

# Produto Cartesiano

- Permite combinar numa nova relação todas as tuplas de duas relações.

# Produto Cartesiano

- Permite combinar numa nova relação todas as tuplas de duas relações.
- O produto cartesiano é representado pela expressão  $R \times S$ , onde  $\times$  é o operador de produto cartesiano e  $R$  e  $S$  são duas relações quaisquer.

# Produto Cartesiano

- Permite combinar numa nova relação todas as tuplas de duas relações.
- O produto cartesiano é representado pela expressão  $R \times S$ , onde  $\times$  é o operador de produto cartesiano e  $R$  e  $S$  são duas relações quaisquer.
- O produto cartesiano entre  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  e  $S(B_1, B_2, \dots, B_m)$  tem como resultado a relação  $T(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$ , onde existe uma tupla para cada combinação possível de tuplas de  $R$  com tuplas de  $S$ .

# Produto Cartesiano

- Permite combinar numa nova relação todas as tuplas de duas relações.
- O produto cartesiano é representado pela expressão  $R \times S$ , onde  $\times$  é o operador de produto cartesiano e  $R$  e  $S$  são duas relações quaisquer.
- O produto cartesiano entre  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  e  $S(B_1, B_2, \dots, B_m)$  tem como resultado a relação  $T(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$ , onde existe uma tupla para cada combinação possível de tuplas de  $R$  com tuplas de  $S$ .
- Se  $R$  tiver  $NR$  tuplas e  $S$  tiver  $NS$  tuplas, então  $R \times S$  tem  $NR * NS$  tuplas.

# Produto Cartesiano

## Produto Cartesiano

R

A1	A2
valor1_a1	valor1_a2
valor2_a1	valor2_a2
valor3_a1	valor3_a2

S

B1	B2	B3
valor1_b1	valor1_b2	valor1_b3
valor2_b1	valor2_b2	valor2_b3

R x S

A1	A2	B1	B2	B3
valor1_a1	valor1_a2	valor1_b1	valor1_b2	valor1_b3
valor1_a1	valor1_a2	valor2_b1	valor2_b2	valor2_b3
valor2_a1	valor2_a2	valor1_b1	valor1_b2	valor1_b3
valor2_a1	valor2_a2	valor2_b1	valor2_b2	valor2_b3
valor3_a1	valor3_a2	valor1_b1	valor1_b2	valor1_b3
valor3_a1	valor3_a2	valor2_b1	valor2_b2	valor2_b3

# Operação de Divisão

# Operação de Divisão

- Permite obter os valores de uma relação que estão combinados com todas as tuplas de outra relação.

# Operação de Divisão

- Permite obter os valores de uma relação que estão combinados com todas as tuplas de outra relação.
- A operação de divisão é representada pela expressão  $R \div S$ , onde  $\div$  é o operador da divisão e  $R$  e  $S$  são duas relações em que os atributos de  $S$  são um subconjunto dos atributos de  $R$ .

# Operação de Divisão

- Permite obter os valores de uma relação que estão combinados com todas as tuplas de outra relação.
- A operação de divisão é representada pela expressão  $R \div S$ , onde  $\div$  é o operador da divisão e  $R$  e  $S$  são duas relações em que os atributos de  $S$  são um subconjunto dos atributos de  $R$ .
- O resultado da operação  $R(Z) \div S(X)$  é a relação  $T(Y)$ , com  $Y = Z - X$ , que inclui todas as tuplas  $t$  para as quais existe um subconjunto  $R'$  de  $R$  tal que  $\pi_Y(R') = t$  e  $\pi_X(R') = S$ .

# Operação de Divisão

## Exemplo

**Finalizado**

Estudante	Tarefa
Fred	Basedados1
Fred	Basedados2
Fred	Compiladores1
Pedro	Basedados1
Pedro	Compiladores1
Sara	Basedados1
Sara	Basedados2

**ProjectoBD**

Tarefa
Basedados1
Basedados2

**Finalizado**

÷

**ProjectoBD**

Estudante
Fred
Sara

# Operação de Divisão

## Exemplo

**Finalizado**

Estudante	Tarefa
Fred	Basedados1
Fred	Basedados2
Fred	Compiladores1
Pedro	Basedados1
Pedro	Compiladores1
Sara	Basedados1
Sara	Basedados2

**ProjectoBD**

Tarefa
Basedados1
Basedados2

**Finalizado**

÷

**ProjectoBD**

Estudante
Fred
Sara

- O resultado da divisão do exemplo representa os estudantes que completaram ambas as tarefas (*Basedados1* e *Basedados2*).

# Exercícios

# Exercícios

# Exercícios

- ( ) Na álgebra relacional, que é um conjunto de operações sobre as relações, cada operação usa uma ou mais relações como operandos e sempre produz outra relação como resultado.

# Exercícios

- ( ) Na álgebra relacional, que é um conjunto de operações sobre as relações, cada operação usa uma ou mais relações como operandos e sempre produz outra relação como resultado.

Certo

# Exercícios

- ( ) Na álgebra relacional, que é um conjunto de operações sobre as relações, cada operação usa uma ou mais relações como operandos e sempre produz outra relação como resultado.

Certo

- Considere a seguinte tabela de um banco de dados:  
 $Funcionario = \{MATRICULA, NOME, SAL, NumDep\}$ . Uma expressão da álgebra relacional representando a tabela formada pelos códigos (MATRICULA) e nomes (NOME) dos funcionários que ganham Salário (SAL) entre 1.000 e 3.000 reais e trabalham no departamento de código (NumDep) 3 é:

# Exercícios

- ( ) Na álgebra relacional, que é um conjunto de operações sobre as relações, cada operação usa uma ou mais relações como operandos e sempre produz outra relação como resultado.

Certo

- Considere a seguinte tabela de um banco de dados:  
 $Funcionario = \{MATRICULA, NOME, SAL, NumDep\}$ . Uma expressão da álgebra relacional representando a tabela formada pelos códigos (MATRICULA) e nomes (NOME) dos funcionários que ganham Salário (SAL) entre 1.000 e 3.000 reais e trabalham no departamento de código (NumDep) 3 é:

$\pi_{MATRICULA, NOME}(\sigma_{NumDep=3 \text{ AND } SAL \geq 1.000 \text{ AND } \leq 3.000}(Funcionario))$ .

# Exercícios

# Exercícios

- No âmbito da álgebra relacional, os símbolos  $\pi$  e  $\sigma$  são utilizados, respectivamente, em operações de?

# Exercícios

- No âmbito da álgebra relacional, os símbolos  $\pi$  e  $\sigma$  são utilizados, respectivamente, em operações de?  
Projeção ou particionamento vertical; e seleção ou particionamento horizontal.

# Exercícios

- No âmbito da álgebra relacional, os símbolos  $\pi$  e  $\sigma$  são utilizados, respectivamente, em operações de?  
Projeção ou particionamento vertical; e seleção ou particionamento horizontal.
- As operações da álgebra relacional Seleção, Projeção e Produto Cartesiano são implementadas na linguagem SQL, respectivamente, pelas cláusulas:

# Exercícios

- No âmbito da álgebra relacional, os símbolos  $\pi$  e  $\sigma$  são utilizados, respectivamente, em operações de?  
Projeção ou particionamento vertical; e seleção ou particionamento horizontal.
- As operações da álgebra relacional Seleção, Projeção e Produto Cartesiano são implementadas na linguagem SQL, respectivamente, pelas cláusulas:  
Where, Selection e From.

# Exercícios

# Exercícios

- Considere o esquema relacional abaixo, no qual placa é a chave primária.

VEICULO (Placa, Cor, Modelo, Marca, Ano, Valor)

Qual é a expressão em álgebra relacional a ser aplicada sobre esse esquema, de forma a obter as Placas dos VEICULOS com Ano igual a 2011 e Valor menor que 9000?

# Exercícios

- Considere o esquema relacional abaixo, no qual placa é a chave primária.

VEICULO (Placa, Cor, Modelo, Marca, Ano, Valor)

Qual é a expressão em álgebra relacional a ser aplicada sobre esse esquema, de forma a obter as Placas dos VEICULOS com Ano igual a 2011 e Valor menor que 9000?

$\pi_{Placa}(\sigma_{Ano=2011 \text{ AND } Valor < 9000}(VEICULO))$