Algoritmos e Estruturas de Dados I

PILHAS

Prof. Tiago Eugenio de Melo
tmelo@uea.edu.br

www.tiagodemelo.info

Observações

- O conteúdo dessa aula é parcialmente proveniente do Capítulo 6 do livro “*Data Structures and Algorithms in Python*”.
- As palavras com a fonte `Courier` indicam uma palavra-reservada da linguagem de programação.

Introdução

Introdução

- Coleção de objetos que são inseridos e removidos de acordo com o seguinte princípio: **LIFO** (*last in, first out*).

Introdução

- Coleção de objetos que são inseridos e removidos de acordo com o seguinte princípio: **LIFO** (*last in, first out*).
- O usuário insere objetos em uma pilha a qualquer momento, mas somente pode acessar ou remover o último (topo) objeto inserido.

Introdução

Introdução

Introdução

Introdução


Panasonic
SUPER HYPER
AA
Battery

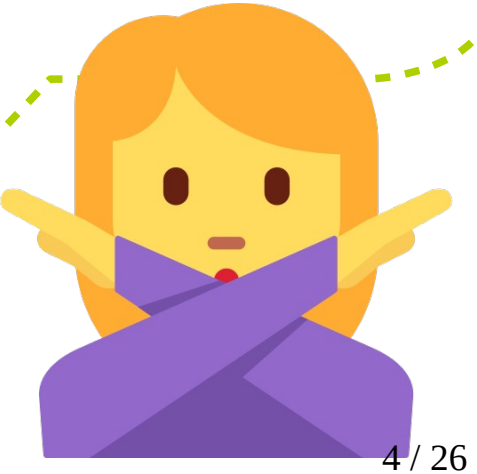

COLORADO
WILDFIRE
OUTDOORS
NORTHERN CALIFORNIA
MONTANA
ARIZONA
ROCK CLIMBING
MEDICINE
1001 CLIMBING TIPS
A LIFE ON THE EDGE
OWL
YELLOWSTONE MIGRATIONS

Introdução

É possível tirar um
livro do meio diretamente?

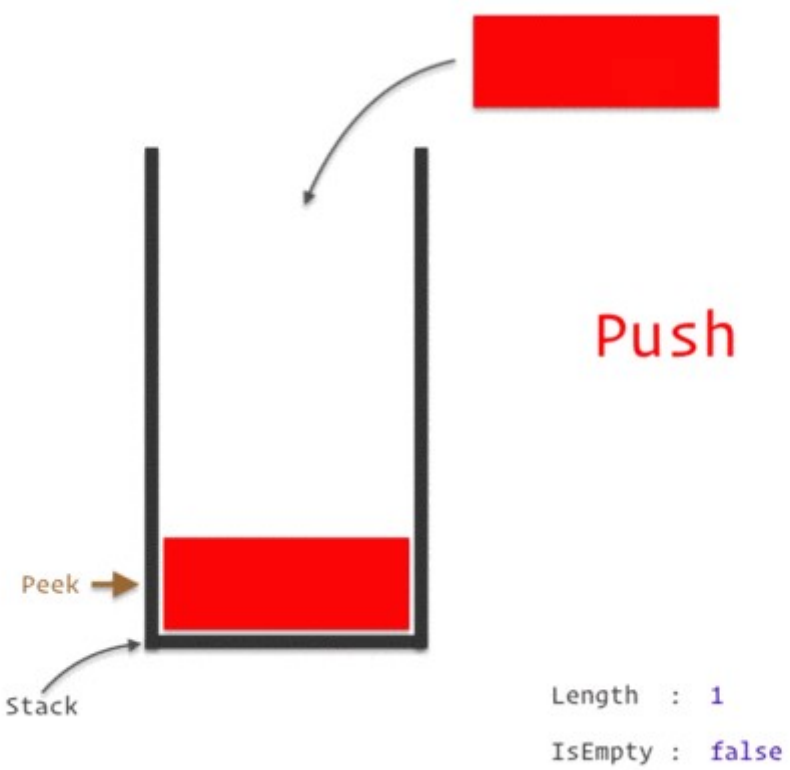
Introdução

É possível tirar um
livro do meio diretamente?



Introdução

- Funcionamento:



https://cdn-images-1.medium.com/max/1600/1*kkK3EZNOzBsuwkDNvSVR9g.gif

Aplicações (1/2)

Aplicações (1/2)

- Navegadores web armazenam os endereços (URLs) que os usuários visitam em uma pilha.

Aplicações (1/2)

- Navegadores web armazenam os endereços (URLs) que os usuários visitam em uma pilha.
- Cada vez que o usuário visita um novo site, este endereço é empilhado ("*pushed*") na pilha de endereços.

Aplicações (1/2)

- Navegadores web armazenam os endereços (URLs) que os usuários visitam em uma pilha.
- Cada vez que o usuário visita um novo site, este endereço é empilhado ("*pushed*") na pilha de endereços.
- O navegador então permite que o usuário desempilhe ("*pop*") os sites visitados usando o botão de Voltar.

Aplicações (2/2)

Aplicações (2/2)

- Editores de texto geralmente fornecem um mecanismo de “voltar” (*undo*) que cancela as operações recentes de edição e reverte o estado anterior do documento.

Aplicações (2/2)

- Editores de texto geralmente fornecem um mecanismo de “voltar” (*undo*) que cancela as operações recentes de edição e reverte o estado anterior do documento.
- Essa operação de *undo* pode ser manipulada por manter as mudanças do texto em uma pilha.

TAD Pilha

TAD Pilha

- Apesar de ser uma estrutura simples, ainda é considerada como uma das mais importantes.

TAD Pilha

- Apesar de ser uma estrutura simples, ainda é considerada como uma das mais importantes.
- Uma pilha **S** deverá ter os seguintes métodos:

TAD Pilha

- Apesar de ser uma estrutura simples, ainda é considerada como uma das mais importantes.
- Uma pilha **S** deverá ter os seguintes métodos:
  - **S.push(e)**

TAD Pilha

- Apesar de ser uma estrutura simples, ainda é considerada como uma das mais importantes.
- Uma pilha **S** deverá ter os seguintes métodos:
  - **S.push(e)**
    - Adiciona um elemento **e** no topo da pilha **S**.

TAD Pilha

- Apesar de ser uma estrutura simples, ainda é considerada como uma das mais importantes.
- Uma pilha **S** deverá ter os seguintes métodos:
  - **S.push(e)**
    - Adiciona um elemento **e** no topo da pilha **S**.
  - **S.pop( )**

TAD Pilha

- Apesar de ser uma estrutura simples, ainda é considerada como uma das mais importantes.
- Uma pilha **S** deverá ter os seguintes métodos:
  - **S.push(e)**
    - Adiciona um elemento **e** no topo da pilha **S**.
  - **S.pop( )**
    - Remove **e** retorna o elemento do topo da pilha **S**.

TAD Pilha

- Apesar de ser uma estrutura simples, ainda é considerada como uma das mais importantes.
- Uma pilha **S** deverá ter os seguintes métodos:
  - **S.push(e)**
    - Adiciona um elemento **e** no topo da pilha **S**.
  - **S.pop( )**
    - Remove **e** retorna o elemento do topo da pilha **S**.
    - Deve ser apresentada uma mensagem especial se a pilha estiver vazia.

TAD Pilha

TAD Pilha

- Outros métodos adicionais:

TAD Pilha

- Outros métodos adicionais:
  - **S.top ( )**

TAD Pilha

- Outros métodos adicionais:
  - **S.top ( )**
    - Retorna uma referência ao elemento do topo da pilha **S**, mas sem removê-lo da pilha.

TAD Pilha

- Outros métodos adicionais:
  - **S.top ( )**
    - Retorna uma referência ao elemento do topo da pilha **S**, mas sem removê-lo da pilha.
    - Deve ser apresentada uma mensagem especial se a pilha estiver vazia.

TAD Pilha

- Outros métodos adicionais:
  - **S.top ( )**
    - Retorna uma referência ao elemento do topo da pilha **S**, mas sem removê-lo da pilha.
    - Deve ser apresentada uma mensagem especial se a pilha estiver vazia.
  - **S.is_empty ( )**

TAD Pilha

- Outros métodos adicionais:
  - **S.top ( )**
    - Retorna uma referência ao elemento do topo da pilha **S**, mas sem removê-lo da pilha.
    - Deve ser apresentada uma mensagem especial se a pilha estiver vazia.
  - **S.is_empty ( )**
    - Retorna `True` se a pilha **S** está vazia.

TAD Pilha

- Outros métodos adicionais:
  - **S.top ( )**
    - Retorna uma referência ao elemento do topo da pilha **S**, mas sem removê-lo da pilha.
    - Deve ser apresentada uma mensagem especial se a pilha estiver vazia.
  - **S.is_empty ( )**
    - Retorna `True` se a pilha **S** está vazia.
  - **len (S)**

TAD Pilha

- Outros métodos adicionais:
  - **S.top ( )**
    - Retorna uma referência ao elemento do topo da pilha **S**, mas sem removê-lo da pilha.
    - Deve ser apresentada uma mensagem especial se a pilha estiver vazia.
  - **S.is_empty ( )**
    - Retorna `True` se a pilha **S** está vazia.
  - **len (S)**
    - Retorna o número de elementos na pilha **S**.

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]
S.is_empty( )	True	[ ]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]
S.is_empty( )	True	[ ]
S.pop( )	"error"	[ ]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]
S.is_empty( )	True	[ ]
S.pop( )	“error”	[ ]
S.push(7)	–	[7]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]
S.is_empty( )	True	[ ]
S.pop( )	"error"	[ ]
S.push(7)	–	[7]
S.push(9)	–	[7, 9]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]
S.is_empty( )	True	[ ]
S.pop( )	"error"	[ ]
S.push(7)	–	[7]
S.push(9)	–	[7, 9]
S.top( )	9	[7, 9]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]
S.is_empty( )	True	[ ]
S.pop( )	"error"	[ ]
S.push(7)	–	[7]
S.push(9)	–	[7, 9]
S.top( )	9	[7, 9]
S.push(4)	–	[7, 9, 4]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]
S.is_empty( )	True	[ ]
S.pop( )	"error"	[ ]
S.push(7)	–	[7]
S.push(9)	–	[7, 9]
S.top( )	9	[7, 9]
S.push(4)	–	[7, 9, 4]
len(S)	3	[7, 9, 4]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]
S.is_empty( )	True	[ ]
S.pop( )	“error”	[ ]
S.push(7)	–	[7]
S.push(9)	–	[7, 9]
S.top( )	9	[7, 9]
S.push(4)	–	[7, 9, 4]
len(S)	3	[7, 9, 4]
S.pop( )	4	[7, 9]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]
S.is_empty( )	True	[ ]
S.pop( )	"error"	[ ]
S.push(7)	–	[7]
S.push(9)	–	[7, 9]
S.top( )	9	[7, 9]
S.push(4)	–	[7, 9, 4]
len(S)	3	[7, 9, 4]
S.pop( )	4	[7, 9]
S.push(6)	–	[7, 9, 6]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]
S.is_empty( )	True	[ ]
S.pop( )	“error”	[ ]
S.push(7)	–	[7]
S.push(9)	–	[7, 9]
S.top( )	9	[7, 9]
S.push(4)	–	[7, 9, 4]
len(S)	3	[7, 9, 4]
S.pop( )	4	[7, 9]
S.push(6)	–	[7, 9, 6]
S.push(8)	–	[7, 9, 6, 8]

TA Pilha (exemplo)

Operation	Return Value	Stack Contents
S.push(5)	–	[5]
S.push(3)	–	[5, 3]
len(S)	2	[5, 3]
S.pop( )	3	[5]
S.is_empty( )	False	[5]
S.pop( )	5	[ ]
S.is_empty( )	True	[ ]
S.pop( )	“error”	[ ]
S.push(7)	–	[7]
S.push(9)	–	[7, 9]
S.top( )	9	[7, 9]
S.push(4)	–	[7, 9, 4]
len(S)	3	[7, 9, 4]
S.pop( )	4	[7, 9]
S.push(6)	–	[7, 9, 6]
S.push(8)	–	[7, 9, 6, 8]
S.pop( )	8	[7, 9, 6]

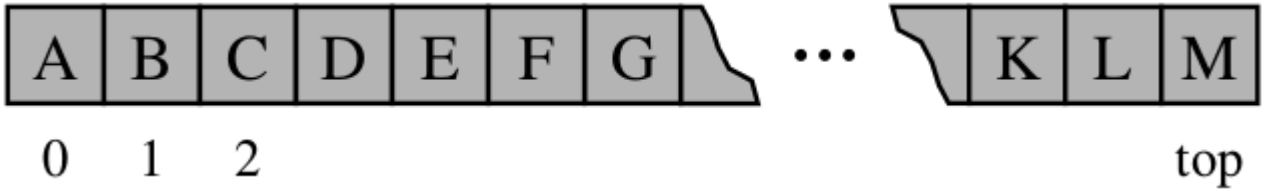
Pilha baseada em Lista

Pilha baseada em Lista

- Nós podemos implementar uma pilha facilmente por armazenar os seus elementos em uma lista em Python.

Pilha baseada em Lista

- Nós podemos implementar uma pilha facilmente por armazenar os seus elementos em uma lista em Python.
- Lembre-se que a classe `List` em Python já possui um método para adicionar um elemento ao final da lista (`append`) e outro método para remover o último elemento (`pop`).



Pilha baseada em Lista

Pilha baseada em Lista

- Qual é o problema de usar a representação anterior?

Pilha baseada em Lista

- Qual é o problema de usar a representação anterior?
  - Listas também possuem comportamentos que contradizem a abstração que uma pilha representa.

Pilha baseada em Lista

- Qual é o problema de usar a representação anterior?
  - Listas também possuem comportamentos que contradizem a abstração que uma pilha representa.
    - Exemplo: remover e/ou acessar um elemento do meio da lista.

Pilha baseada em Lista

- Qual é o problema de usar a representação anterior?
  - Listas também possuem comportamentos que contradizem a abstração que uma pilha representa.
    - Exemplo: remover e/ou acessar um elemento do meio da lista.
  - A nomenclatura usada entre os métodos de pilha e lista são distintos.

Pilha baseada em Lista

- Qual é o problema de usar a representação anterior?
  - Listas também possuem comportamentos que contradizem a abstração que uma pilha representa.
    - Exemplo: remover e/ou acessar um elemento do meio da lista.
  - A nomenclatura usada entre os métodos de pilha e lista são distintos.
    - Exemplo: `append` e `push`.

Pilha baseada em Lista (na mão)

Pilha baseada em Lista (na mão)

- Nós precisamos adaptar os métodos já existentes da classe List para o TAD Pilha.

Pilha baseada em Lista (na mão)

- Nós precisamos adaptar os métodos já existentes da classe List para o TAD Pilha.
- Pilha S como uma adaptação da uma lista L (Python):

Pilha baseada em Lista (na mão)

- Nós precisamos adaptar os métodos já existentes da classe List para o TAD Pilha.
- Pilha S como uma adaptação da uma lista L (Python):

Stack Method	*Realization with Python list*

Pilha baseada em Lista (na mão)

- Nós precisamos adaptar os métodos já existentes da classe List para o TAD Pilha.
- Pilha S como uma adaptação da uma lista L (Python):

Stack Method	*Realization with Python list*
S.push(e)	L.append(e)

Pilha baseada em Lista (na mão)

- Nós precisamos adaptar os métodos já existentes da classe List para o TAD Pilha.
- Pilha S como uma adaptação da uma lista L (Python):

Stack Method	*Realization with Python list*
S.push(e)	L.append(e)
S.pop( )	L.pop( )

Pilha baseada em Lista (na mão)

- Nós precisamos adaptar os métodos já existentes da classe List para o TAD Pilha.
- Pilha S como uma adaptação da uma lista L (Python):

Stack Method	*Realization with Python list*
S.push(e)	L.append(e)
S.pop( )	L.pop( )
S.top( )	L[−1]

Pilha baseada em Lista (na mão)

- Nós precisamos adaptar os métodos já existentes da classe List para o TAD Pilha.
- Pilha S como uma adaptação da uma lista L (Python):

Stack Method	*Realization with Python list*
S.push(e)	L.append(e)
S.pop( )	L.pop( )
S.top( )	L[−1]
S.is_empty( )	len(L) == 0

Pilha baseada em Lista (na mão)

- Nós precisamos adaptar os métodos já existentes da classe List para o TAD Pilha.
- Pilha S como uma adaptação da uma lista L (Python):

Stack Method	*Realization with Python list*
S.push(e)	L.append(e)
S.pop( )	L.pop( )
S.top( )	L[−1]
S.is_empty( )	len(L) == 0
len(S)	len(L)

```
class ArrayStack:
```

criar uma pilha vazia

calcular o número de elementos da pilha

checar se a pilha está vazia

empilhar um elemento

descobrir o elemento do topo da pilha
(isso **não** é desempilhar)

desempilhar

```
class ArrayStack:

    def __init__ (self):
        self._data = []
```

calcular o número de elementos da pilha

checar se a pilha está vazia

empilhar um elemento

descobrir o elemento do topo da pilha
(isso **não** é desempilhar)

desempilhar

```
class ArrayStack:

    def __init__ (self):
        self._data = []

    def __len__(self):
        return len(self._data)
```

checar se a pilha está vazia

empilhar um elemento

descobrir o elemento do topo da pilha
(isso **não** é desempilhar)

desempilhar

```
class ArrayStack:

    def __init__ (self):
        self._data = []

    def __len__(self):
        return len(self._data)

    def is_empty(self):
        return len(self._data) == 0
```

empilhar um elemento

descobrir o elemento do topo da pilha
(isso **não** é desempilhar)

desempilhar

```
class ArrayStack:

    def __init__ (self):
        self._data = []

    def __len__(self):
        return len(self._data)

    def is_empty(self):
        return len(self._data) == 0

    def push (self, e):
        self._data.append(e)
```

descobrir o elemento do topo da pilha
(isso **não** é desempilhar)

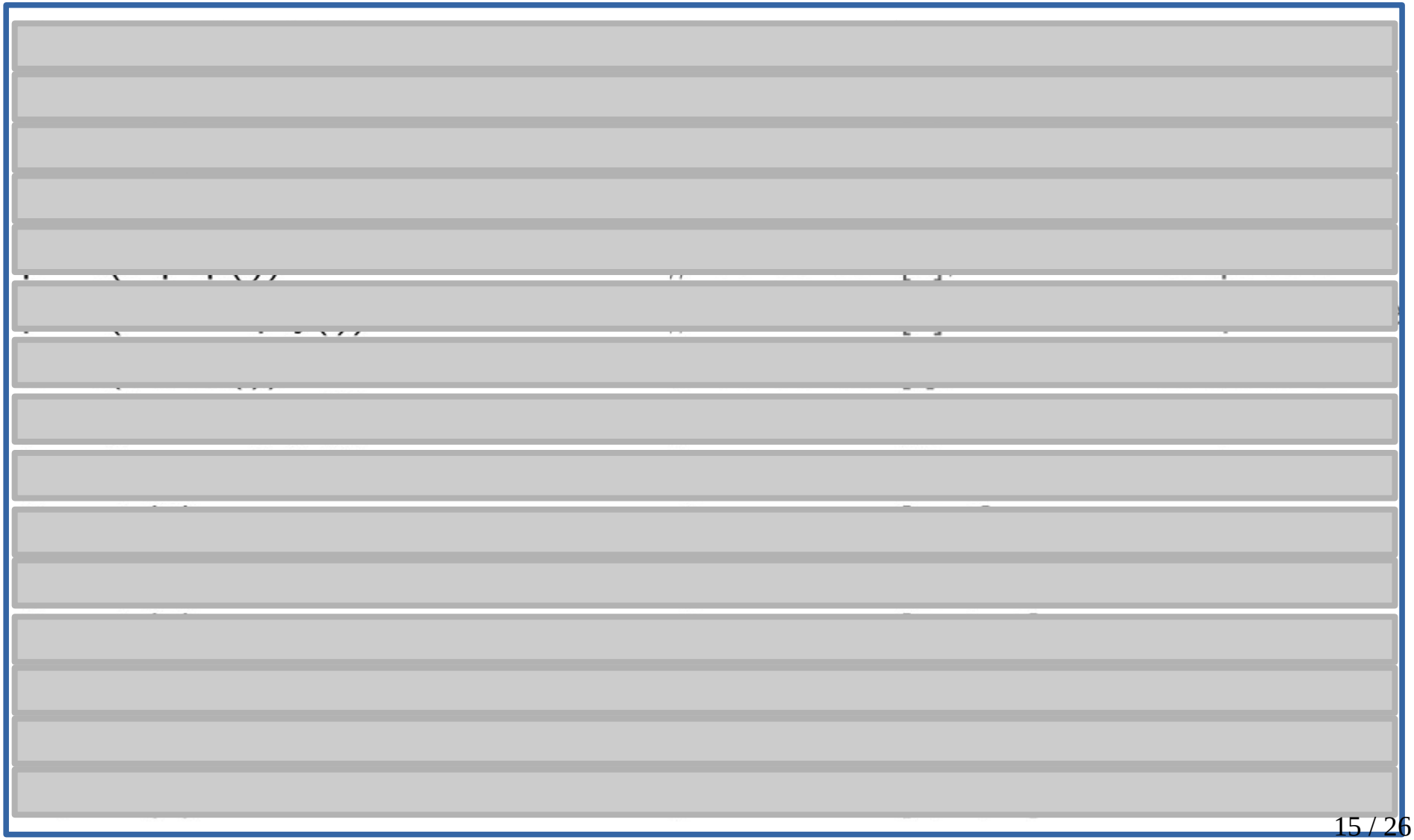
desempilhar

```
class ArrayStack:

    def __init__ (self):
        self._data = []

    def __len__(self):
        return len(self._data)

    def is_empty(self):
        return len(self._data) == 0

    def push (self, e):
        self._data.append(e)

    def top(self):
        if self.is_empty():
            raise Empty ('Pilha vazia')
        return self._data[-1]
```

desempilhar

```
class ArrayStack:

    def __init__ (self):
        self._data = []

    def __len__(self):
        return len(self._data)

    def is_empty(self):
        return len(self._data) == 0

    def push (self, e):
        self._data.append(e)

    def top(self):
        if self.is_empty():
            raise Empty ('Pilha vazia')
        return self._data[-1]

    def pop(self):
        if self.is_empty():
            raise Empty('Pilha vazia')
        return self._data.pop()
```

Exemplo de execução (código anterior)



Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                    # contents: [ ]
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                    # contents: [ ]
S.push(5)                            # contents: [5]
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                    # contents: [ ]
S.push(5)                            # contents: [5]
S.push(3)                            # contents: [5, 3]
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                    # contents: [ ]
S.push(5)                            # contents: [5]
S.push(3)                            # contents: [5, 3]
print(len(S))                        # contents: [5, 3];          outputs 2
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                    # contents: [ ]
S.push(5)                            # contents: [5]
S.push(3)                            # contents: [5, 3]
print(len(S))                        # contents: [5, 3];        outputs 2
print(S.pop( ))                      # contents: [5];           outputs 3
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                    # contents: [ ]
S.push(5)                            # contents: [5]
S.push(3)                            # contents: [5, 3]
print(len(S))                        # contents: [5, 3];        outputs 2
print(S.pop( ))                      # contents: [5];           outputs 3
print(S.is_empty( ))                 # contents: [5];           outputs False
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                  # contents: [ ]
S.push(5)                          # contents: [5]
S.push(3)                          # contents: [5, 3]
print(len(S))                      # contents: [5, 3];        outputs 2
print(S.pop( ))                    # contents: [5];           outputs 3
print(S.is_empty( ))               # contents: [5];           outputs False
print(S.pop( ))                    # contents: [ ];           outputs 5
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                  # contents: [ ]
S.push(5)                          # contents: [5]
S.push(3)                          # contents: [5, 3]
print(len(S))                      # contents: [5, 3];        outputs 2
print(S.pop( ))                    # contents: [5];           outputs 3
print(S.is_empty( ))               # contents: [5];           outputs False
print(S.pop( ))                    # contents: [ ];           outputs 5
print(S.is_empty( ))               # contents: [ ];           outputs True
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                  # contents: [ ]
S.push(5)                          # contents: [5]
S.push(3)                          # contents: [5, 3]
print(len(S))                      # contents: [5, 3];        outputs 2
print(S.pop( ))                    # contents: [5];           outputs 3
print(S.is_empty( ))               # contents: [5];           outputs False
print(S.pop( ))                    # contents: [ ];           outputs 5
print(S.is_empty( ))               # contents: [ ];           outputs True
S.push(7)                          # contents: [7]
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                  # contents: [ ]
S.push(5)                          # contents: [5]
S.push(3)                          # contents: [5, 3]
print(len(S))                      # contents: [5, 3];        outputs 2
print(S.pop( ))                    # contents: [5];           outputs 3
print(S.is_empty( ))               # contents: [5];           outputs False
print(S.pop( ))                    # contents: [ ];           outputs 5
print(S.is_empty( ))               # contents: [ ];           outputs True
S.push(7)                          # contents: [7]
S.push(9)                          # contents: [7, 9]
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                  # contents: [ ]
S.push(5)                          # contents: [5]
S.push(3)                          # contents: [5, 3]
print(len(S))                      # contents: [5, 3];        outputs 2
print(S.pop( ))                    # contents: [5];           outputs 3
print(S.is_empty( ))               # contents: [5];           outputs False
print(S.pop( ))                    # contents: [ ];           outputs 5
print(S.is_empty( ))               # contents: [ ];           outputs True
S.push(7)                          # contents: [7]
S.push(9)                          # contents: [7, 9]
print(S.top( ))                    # contents: [7, 9];        outputs 9
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                  # contents: [ ]
S.push(5)                          # contents: [5]
S.push(3)                          # contents: [5, 3]
print(len(S))                      # contents: [5, 3];        outputs 2
print(S.pop( ))                    # contents: [5];           outputs 3
print(S.is_empty( ))               # contents: [5];           outputs False
print(S.pop( ))                    # contents: [ ];           outputs 5
print(S.is_empty( ))               # contents: [ ];           outputs True
S.push(7)                          # contents: [7]
S.push(9)                          # contents: [7, 9]
print(S.top( ))                    # contents: [7, 9];        outputs 9
S.push(4)                          # contents: [7, 9, 4]
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                  # contents: [ ]
S.push(5)                          # contents: [5]
S.push(3)                          # contents: [5, 3]
print(len(S))                      # contents: [5, 3];        outputs 2
print(S.pop( ))                    # contents: [5];           outputs 3
print(S.is_empty( ))               # contents: [5];           outputs False
print(S.pop( ))                    # contents: [ ];           outputs 5
print(S.is_empty( ))               # contents: [ ];           outputs True
S.push(7)                          # contents: [7]
S.push(9)                          # contents: [7, 9]
print(S.top( ))                    # contents: [7, 9];        outputs 9
S.push(4)                          # contents: [7, 9, 4]
print(len(S))                      # contents: [7, 9, 4];     outputs 3
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                  # contents: [ ]
S.push(5)                          # contents: [5]
S.push(3)                          # contents: [5, 3]
print(len(S))                      # contents: [5, 3];        outputs 2
print(S.pop( ))                    # contents: [5];           outputs 3
print(S.is_empty( ))               # contents: [5];           outputs False
print(S.pop( ))                    # contents: [ ];           outputs 5
print(S.is_empty( ))               # contents: [ ];           outputs True
S.push(7)                          # contents: [7]
S.push(9)                          # contents: [7, 9]
print(S.top( ))                    # contents: [7, 9];        outputs 9
S.push(4)                          # contents: [7, 9, 4]
print(len(S))                      # contents: [7, 9, 4];     outputs 3
print(S.pop( ))                    # contents: [7, 9];        outputs 4
```

Exemplo de execução (código anterior)

```
S = ArrayStack( )                # contents: [ ]
S.push(5)                        # contents: [5]
S.push(3)                        # contents: [5, 3]
print(len(S))                    # contents: [5, 3];        outputs 2
print(S.pop( ))                  # contents: [5];           outputs 3
print(S.is_empty( ))             # contents: [5];           outputs False
print(S.pop( ))                  # contents: [ ];           outputs 5
print(S.is_empty( ))             # contents: [ ];           outputs True
S.push(7)                        # contents: [7]
S.push(9)                        # contents: [7, 9]
print(S.top( ))                  # contents: [7, 9];        outputs 9
S.push(4)                        # contents: [7, 9, 4]
print(len(S))                    # contents: [7, 9, 4];     outputs 3
print(S.pop( ))                  # contents: [7, 9];        outputs 4
S.push(6)                        # contents: [7, 9, 6]
```

Pilha baseada em lista

- Análise do tempo de execução:

Operation	Running Time
S.push(e)	
S.pop( )	
S.top( )	
S.is_empty( )	
len(S)	

Pilha baseada em lista

- Análise do tempo de execução:

Operation	Running Time
S.push(e)	$O(1)^*$
S.pop( )	
S.top( )	
S.is_empty( )	
len(S)	

Pilha baseada em lista

- Análise do tempo de execução:

Operation	Running Time
S.push(e)	$O(1)^*$
S.pop( )	$O(1)^*$
S.top( )	
S.is_empty( )	
len(S)	

Pilha baseada em lista

- Análise do tempo de execução:

Operation	Running Time
S.push(e)	$O(1)^*$
S.pop( )	$O(1)^*$
S.top( )	$O(1)$
S.is_empty( )	
len(S)	

Pilha baseada em lista

- Análise do tempo de execução:

Operation	Running Time
S.push(e)	$O(1)^*$
S.pop( )	$O(1)^*$
S.top( )	$O(1)$
S.is_empty( )	$O(1)$
len(S)	

Pilha baseada em lista

- Análise do tempo de execução:

Operation	Running Time
S.push(e)	$O(1)^*$
S.pop( )	$O(1)^*$
S.top( )	$O(1)$
S.is_empty( )	$O(1)$
len(S)	$O(1)$

Pilha baseada em Lista (aplicação)

Pilha baseada em Lista (aplicação)

- Um algoritmo para casamento de delimitadores

Pilha baseada em Lista (aplicação)

- Um algoritmo para casamento de delimitadores
  - Uma importante tarefa no processamento de expressões aritméticas é garantir que os símbolos dos delimitadores estão corretamente colocados.

Pilha baseada em Lista (aplicação)

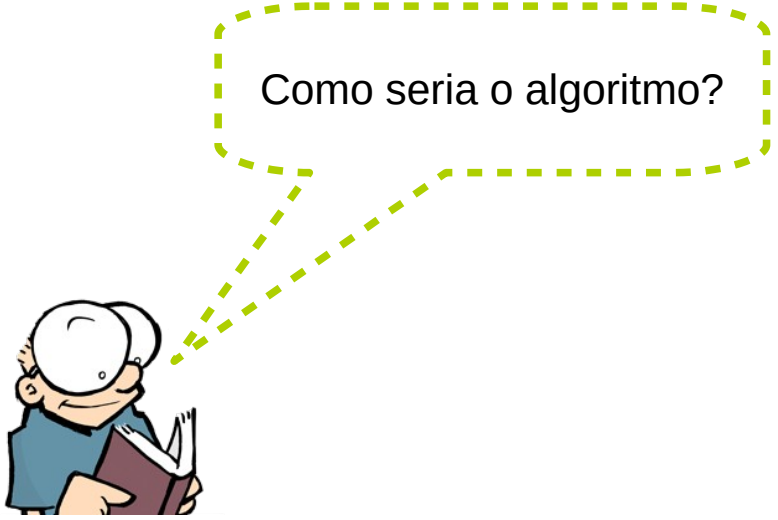
- Um algoritmo para casamento de delimitadores
  - Uma importante tarefa no processamento de expressões aritméticas é garantir que os símbolos dos delimitadores estão corretamente colocados.
  - Exemplo:

Pilha baseada em Lista (aplicação)

- Um algoritmo para casamento de delimitadores
  - Uma importante tarefa no processamento de expressões aritméticas é garantir que os símbolos dos delimitadores estão corretamente colocados.
  - Exemplo:
    - [(5+x) – (y+z)]

Pilha baseada em Lista (aplicação)

- Um algoritmo para casamento de delimitadores
  - Uma importante tarefa no processamento de expressões aritméticas é garantir que os símbolos dos delimitadores estão corretamente colocados.
  - Exemplo:
    - [(5+x) – (y+z)]



Pilha baseada em Lista (aplicação)

- Algoritmo

Pilha baseada em Lista (aplicação)

- Algoritmo
    - Leitura feita da esquerda para direita.

Pilha baseada em Lista (aplicação)

- Algoritmo
  - Leitura feita da esquerda para direita.
  - Cada vez que encontramos um símbolo de abertura, nós empilhamos na pilha S.

Pilha baseada em Lista (aplicação)

- Algoritmo
  - Leitura feita da esquerda para direita.
  - Cada vez que encontramos um símbolo de abertura, nós empilhamos na pilha S.
  - Cada vez que encontramos um símbolo de fechamento, nós desempilhamos um símbolo de S e verificamos se os dois símbolos formam um par válido.

Pilha baseada em Lista (aplicação)

- Algoritmo
  - Leitura feita da esquerda para direita.
  - Cada vez que encontramos um símbolo de abertura, nós empilhamos na pilha S.
  - Cada vez que encontramos um símbolo de fechamento, nós desempilhamos um símbolo de S e verificamos se os dois símbolos formam um par válido.
  - Se chegarmos ao final da expressão e a pilha estiver vazia, então a expressão está bem formada. Caso contrário, há um problema na expressão.

Pilha baseada em Lista (aplicação)

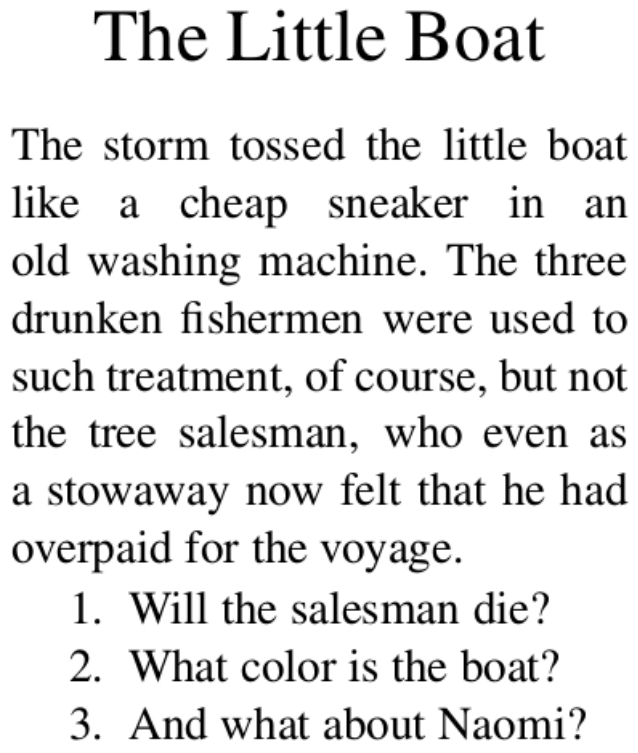
```
def is_matched (expr):
    lefty = '({['
    righty = ')}]'
    S = ArrayStack()
    for c in expr:
        if c in lefty:
            S.push(c)
        elif c in righty:
            if S.is_empty():
                return False
            if righty.index(c) != lefty.index(S.pop()):
                return False
    return S.is_empty()
```

Pilha baseada em Lista

- Outras aplicações
  - Casamento de TAGs de HTML

```
<body>
<center>
<h1> The Little Boat </h1>
</center>
<p> The storm tossed the little
boat like a cheap sneaker in an
old washing machine.  The three
drunken fishermen were used to
such treatment, of course, but
not the tree salesman, who even as
a stowaway now felt that he
had overpaid for the voyage. </p>
<ol>
<li> Will the salesman die? </li>
<li> What color is the boat? </li>
<li> And what about Naomi? </li>
</ol>
</body>
```

(a)



(b)

Exercícios

- Questões de Múltipla Escolha:

  (A) Qual das seguintes operações NÃO é geralmente permitida em uma pilha?

  a) Push

  b) Pop

  c) Peek

  d) Get item at a specific index

  (B) Qual afirmação sobre pilhas é verdadeira?

  a) Pilhas são uma estrutura de dados FIFO (first in, first out).

  b) A operação push adiciona um item ao final da pilha.

  c) A operação pop remove e retorna o item do topo da pilha.

  d) Pilhas permitem acesso aleatório aos seus elementos.

Exercícios

- Complete as Lacunas:
  - Uma pilha opera em um princípio _____, o que significa que o último elemento inserido é o primeiro a ser removido.
  - A função _____ em uma pilha é usada para adicionar um novo elemento ao topo.

Exercícios

- Explique dois exemplos de aplicações que usam o TAD Pilha.
- Uma letra representa uma operação de *push* e um asterisco representa uma operação de *pop* na seguinte sequência. Dada a sequência de valores retornado pelas operações de *pop* quando esta sequência de operações é executada sobre uma pilha vazia (Sedgewick, Exercício 4.6).

  E A S * Y * Q U E * * * S T * * * I O * N * * *

Exercícios

- Escreva um programa em Python que utilize uma pilha para reverter uma palavra ou frase. Por exemplo, a entrada "Algoritmos" deve produzir a saída "somtirogIA".
- Escreva um programa em Python que converta uma expressão aritmética do formato infixo para pós-fixo usando uma pilha. Por exemplo, a expressão "A * (B + C) / D" deve ser convertida para "AB+C* D /".

Exercícios

- Defina o que é uma pilha e explique o princípio de operação LIFO (Last In, First Out).
- Explique por que a pilha é chamada de estrutura de dados "não linear" apesar de frequentemente ser implementada usando arrays (uma estrutura linear).
- Descreva um cenário em que um desenvolvedor poderia preferir usar top() ao invés de pop().

Exercícios

- Descrição: O seguinte código Python deveria imprimir os elementos de uma pilha em ordem inversa. No entanto, ele contém um erro. Identifique e corrija o erro para que o código funcione conforme esperado.

```
def print_stack(stack):
    temp_stack = []
    while stack:
        temp_stack.append(stack.pop())
    while temp_stack:
        print(temp_stack.pop(), end=' ')

# Exemplo de uso:
my_stack = [1, 2, 3, 4, 5]
print_stack(my_stack)
```