Algoritmos e Estruturas de Dados I

FILAS

Prof. Tiago Eugenio de Melo
tmelo@uea.edu.br

www.tiagodemelo.info

Observações

- O conteúdo dessa aula é parcialmente proveniente do Capítulo 6 do livro “*Data Structures and Algorithms in Python*”.
- As palavras com a fonte `Courier` indicam uma palavra-reservada da linguagem de programação.

Introdução

Introdução

- Coleção de objetos que são inseridos e removidos de acordo com o princípio **FIFO** (*first in, first out*).

Introdução

- Coleção de objetos que são inseridos e removidos de acordo com o princípio **FIFO** (*first in, first out*).
- Os elementos podem ser inseridos a qualquer momento, mas existe uma ordem na remoção dos elementos, pois sairá da fila o elemento mais antigo.

Introdução

- A noção de fila é usada no nosso cotidiano:
  - Lojas
  - Cinema
  - Restaurante
  - Computadores
    - Fila de impressão.
    - Servidor web.
  - Etc.

TAD Fila

TAD Fila

- TAD que representa uma fila mantém os elementos em uma sequência.

TAD Fila

- TAD que representa uma fila mantém os elementos em uma sequência.
- As operações de acesso e a remoção de elementos são restritas ao **primeiro** elemento.

TAD Fila

- TAD que representa uma fila mantém os elementos em uma sequência.
- As operações de acesso e a remoção de elementos são restritas ao **primeiro** elemento.
- A operação de inserção é restrita ao **final** da fila.

TAD Fila

- Uma fila **Q** deverá ter os seguintes métodos:

TAD Fila

- Uma fila **Q** deverá ter os seguintes métodos:
  - **Q.enqueue (e)**
    - Adiciona o elemento **e** no final da fila **Q**.

TAD Fila

- Uma fila **Q** deverá ter os seguintes métodos:
  - **Q.enqueue (e)**
    - Adiciona o elemento **e** no final da fila **Q**.
  - **Q.dequeue ( )**
    - Remove e retorna o primeiro elemento da fila **Q**.
    - Ocorre um erro se a fila estiver vazia.

TAD Fila

- Outros métodos adicionais:

TAD Fila

- Outros métodos adicionais:
  - **Q.first ( )**
    - Retorna o primeiro elemento da fila **Q**, mas sem removê-lo.
    - Ocorrerá um erro se a fila **Q** estiver vazia.

TAD Fila

- Outros métodos adicionais:
  - **Q.first ( )**
    - Retorna o primeiro elemento da fila **Q**, mas sem removê-lo.
    - Ocorrerá um erro se a fila **Q** estiver vazia.
  - **Q.is_empty ( )**
    - Retorna `True` se a fila **Q** estiver vazia.

TAD Fila

- Outros métodos adicionais:
  - **Q.first ( )**
    - Retorna o primeiro elemento da fila **Q**, mas sem removê-lo.
    - Ocorrerá um erro se a fila **Q** estiver vazia.
  - **Q.is_empty ( )**
    - Retorna `True` se a fila **Q** estiver vazia.
  - **len (Q)**
    - Retorna o número de elementos da fila **Q**.
    - Em Python, nós podemos implementar isto como um tipo especial com o método `__len__`.

TAD Fila (exemplo)

Operation	Return Value	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]
Q.dequeue( )	5	[3]

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]
Q.dequeue( )	5	[3]
Q.is_empty( )	False	[3]

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]
Q.dequeue( )	5	[3]
Q.is_empty( )	False	[3]
Q.dequeue( )	3	[ ]

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]
Q.dequeue( )	5	[3]
Q.is_empty( )	False	[3]
Q.dequeue( )	3	[ ]
Q.is_empty( )	True	[ ]

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]
Q.dequeue( )	5	[3]
Q.is_empty( )	False	[3]
Q.dequeue( )	3	[ ]
Q.is_empty( )	True	[ ]
Q.dequeue( )	"error"	[ ]

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]
Q.dequeue( )	5	[3]
Q.is_empty( )	False	[3]
Q.dequeue( )	3	[ ]
Q.is_empty( )	True	[ ]
Q.dequeue( )	"error"	[ ]
Q.enqueue(7)	–	[7]

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]
Q.dequeue( )	5	[3]
Q.is_empty( )	False	[3]
Q.dequeue( )	3	[ ]
Q.is_empty( )	True	[ ]
Q.dequeue( )	"error"	[ ]
Q.enqueue(7)	–	[7]
Q.enqueue(9)	–	[7, 9]

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]
Q.dequeue( )	5	[3]
Q.is_empty( )	False	[3]
Q.dequeue( )	3	[ ]
Q.is_empty( )	True	[ ]
Q.dequeue( )	"error"	[ ]
Q.enqueue(7)	–	[7]
Q.enqueue(9)	–	[7, 9]
Q.first( )	7	[7, 9]

TAD Fila (exemplo)

Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]
Q.dequeue( )	5	[3]
Q.is_empty( )	False	[3]
Q.dequeue( )	3	[ ]
Q.is_empty( )	True	[ ]
Q.dequeue( )	"error"	[ ]
Q.enqueue(7)	–	[7]
Q.enqueue(9)	–	[7, 9]
Q.first( )	7	[7, 9]
Q.enqueue(4)	–	[7, 9, 4]

TAD Fila (exemplo)

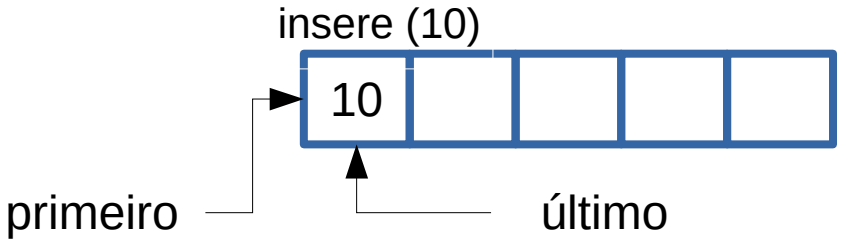
Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]
Q.dequeue( )	5	[3]
Q.is_empty( )	False	[3]
Q.dequeue( )	3	[ ]
Q.is_empty( )	True	[ ]
Q.dequeue( )	"error"	[ ]
Q.enqueue(7)	–	[7]
Q.enqueue(9)	–	[7, 9]
Q.first( )	7	[7, 9]
Q.enqueue(4)	–	[7, 9, 4]
len(Q)	3	[7, 9, 4]

TAD Fila (exemplo)

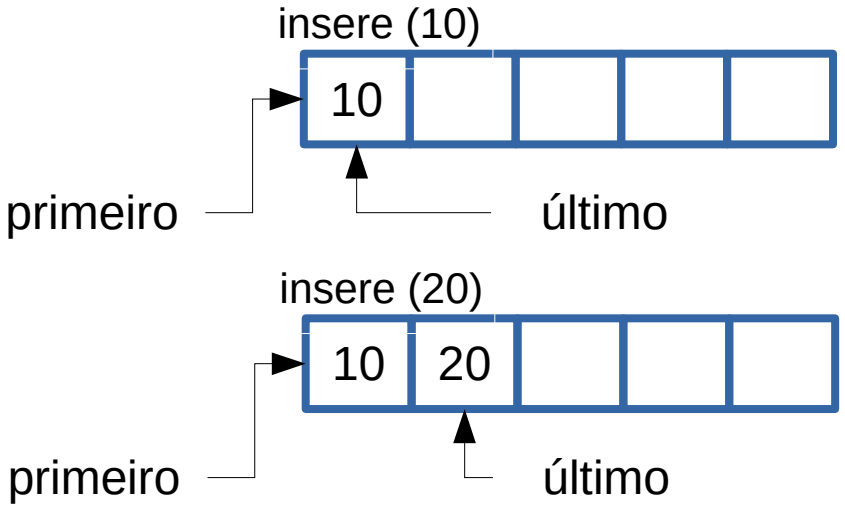
Operation	**Return Value**	first $\leftarrow Q \leftarrow$ last
Q.enqueue(5)	–	[5]
Q.enqueue(3)	–	[5, 3]
len(Q)	2	[5, 3]
Q.dequeue( )	5	[3]
Q.is_empty( )	False	[3]
Q.dequeue( )	3	[ ]
Q.is_empty( )	True	[ ]
Q.dequeue( )	"error"	[ ]
Q.enqueue(7)	–	[7]
Q.enqueue(9)	–	[7, 9]
Q.first( )	7	[7, 9]
Q.enqueue(4)	–	[7, 9, 4]
len(Q)	3	[7, 9, 4]
Q.dequeue( )	7	[9, 4]

Fila

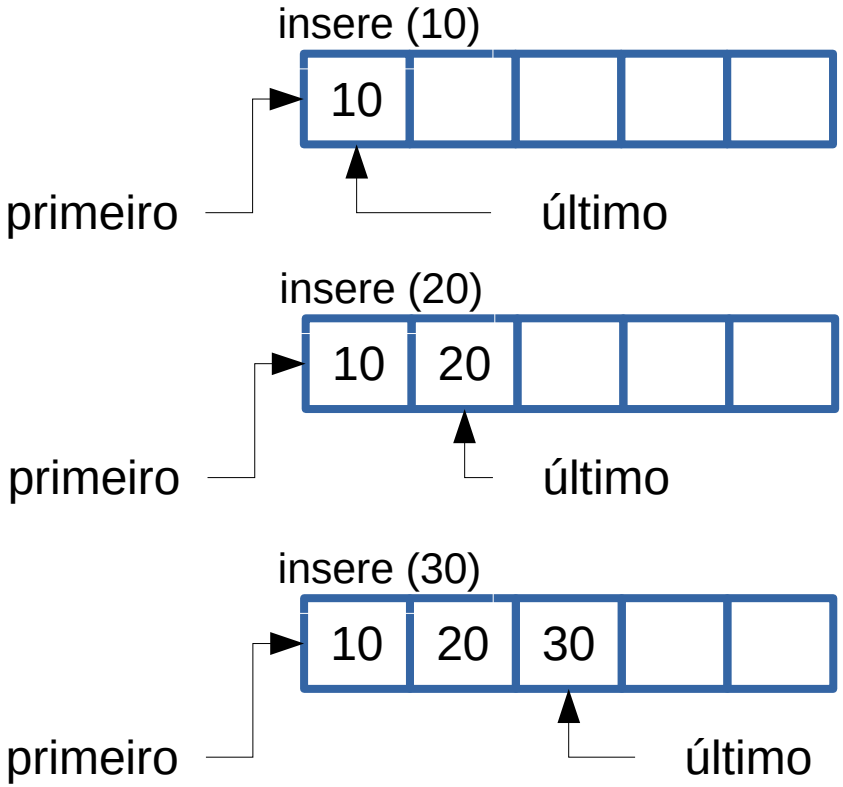
Fila



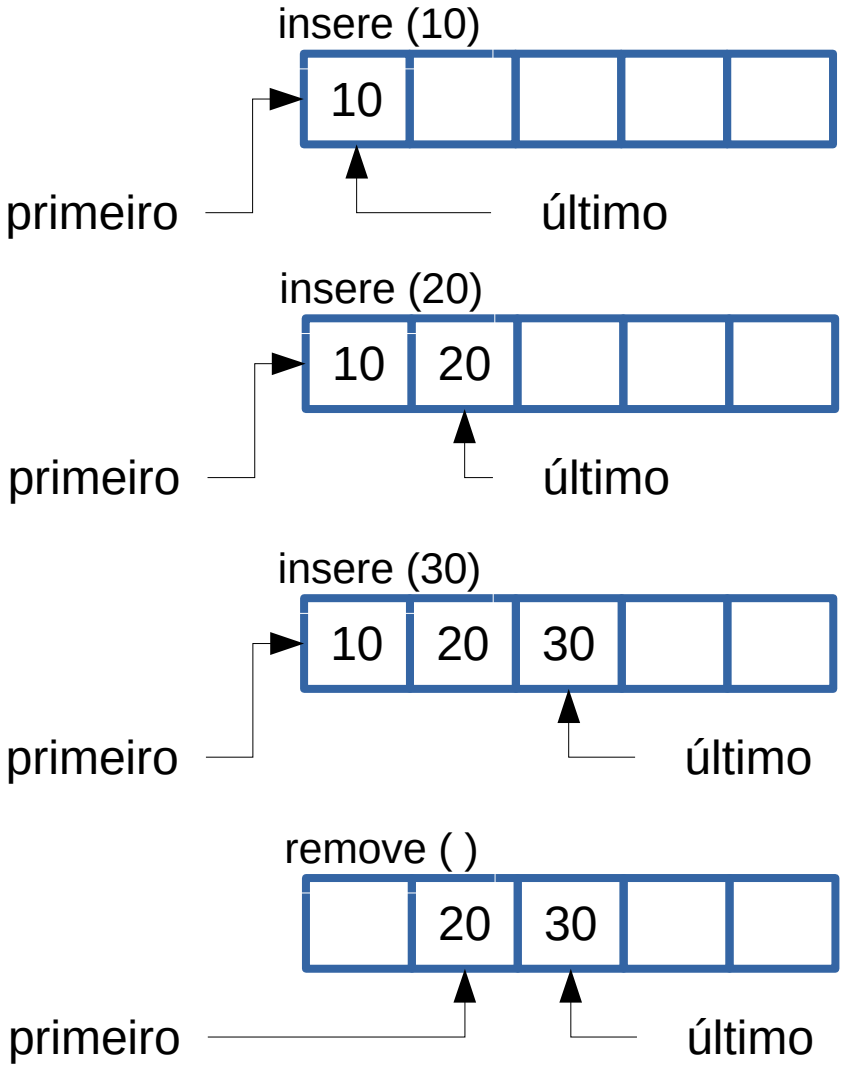
Fila


insere (10)
10
primeiro
último
insere (20)
10
20
primeiro
último

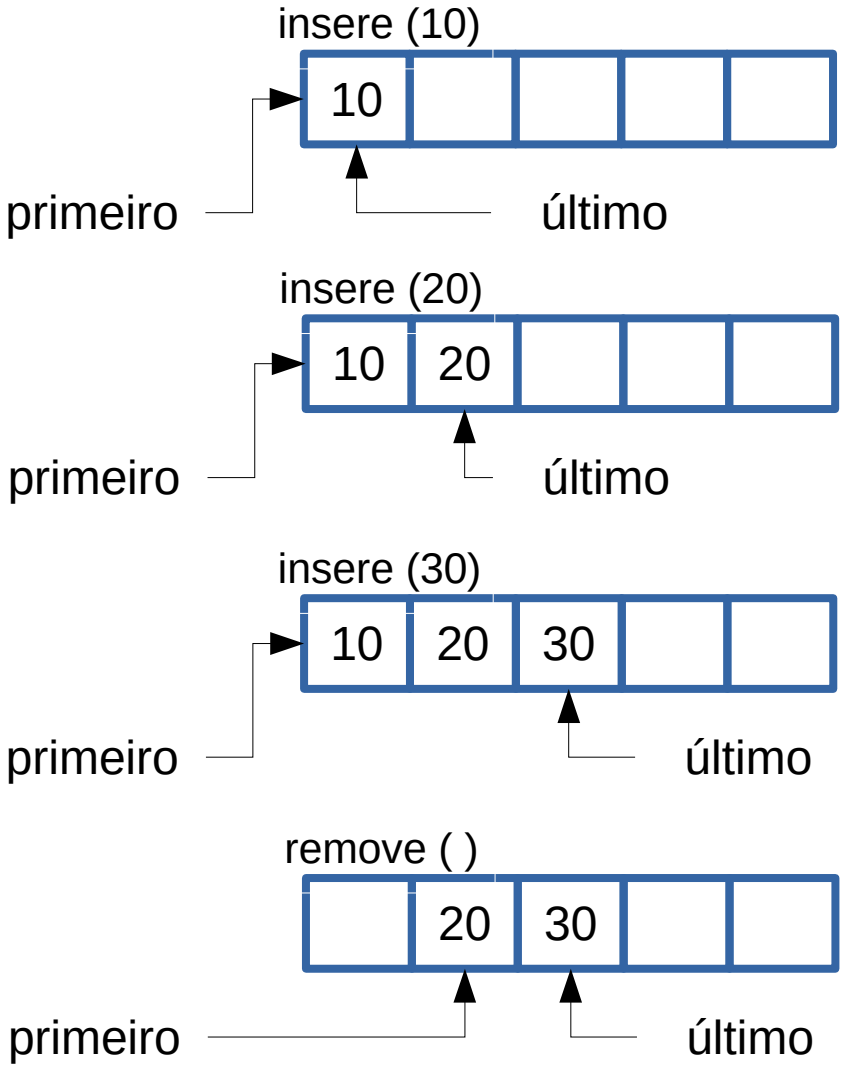
Fila

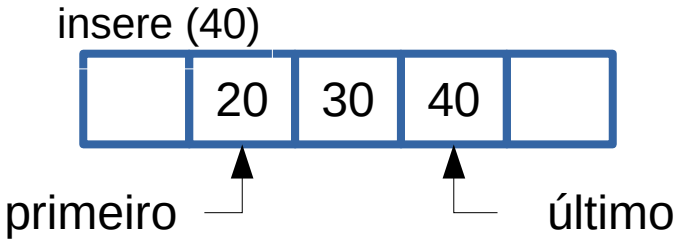

insere (10)
10
primeiro
último
insere (20)
10
20
primeiro
último
insere (30)
10
20
30
primeiro
último

Fila

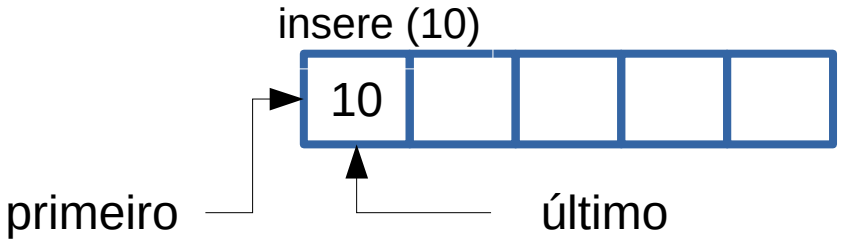

insere (10)
10
primeiro
último
insere (20)
10
20
primeiro
último
insere (30)
10
20
30
primeiro
último
remove ( )
20
30
primeiro
último

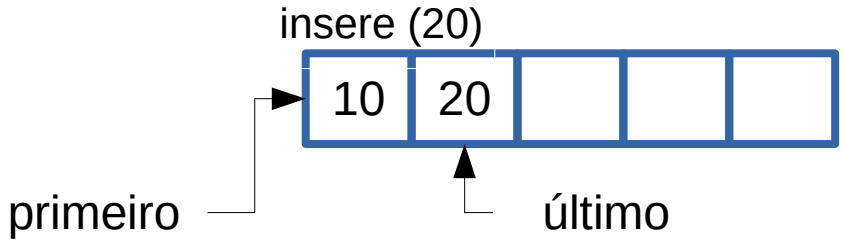
Fila

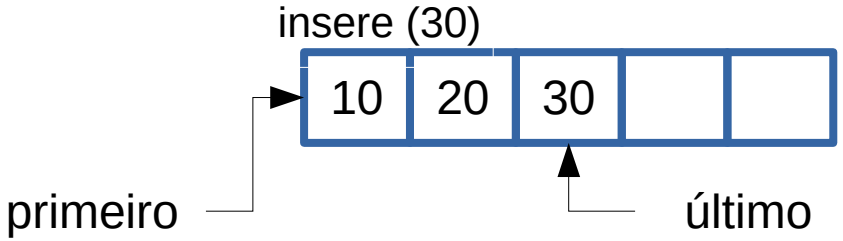

insere (10)
10
primeiro
último
insere (20)
10
20
primeiro
último
insere (30)
10
20
30
primeiro
último
remove ( )
20
30
primeiro
último

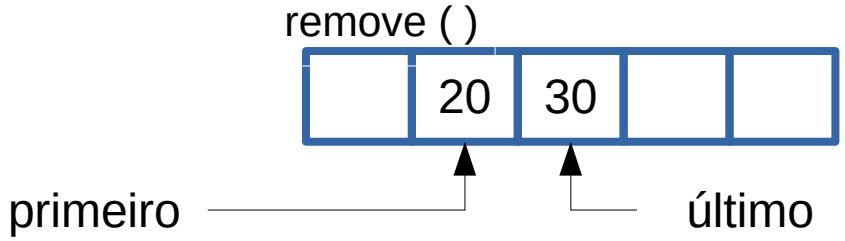

insere (40)
20
30
40
primeiro
último

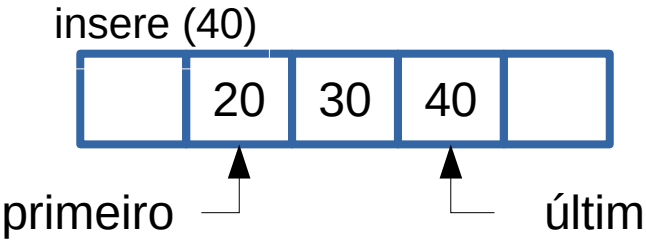
Fila

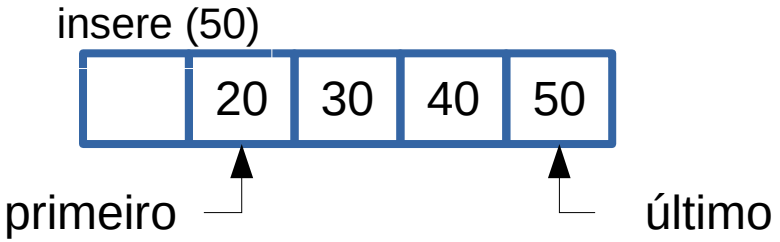

insere (10)
10
primeiro
último


insere (20)
10
20
primeiro
último

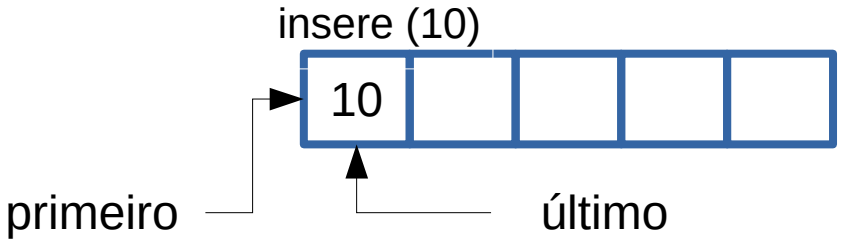

insere (30)
10
20
30
primeiro
último

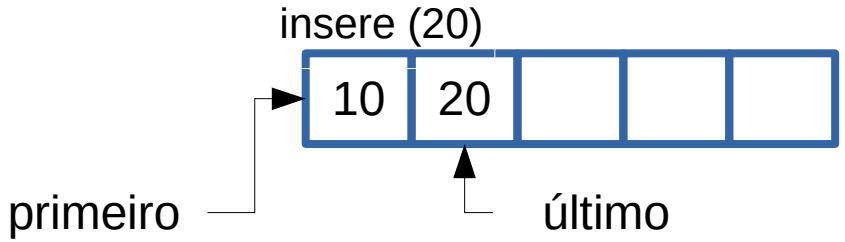

remove ( )
20
30
primeiro
último

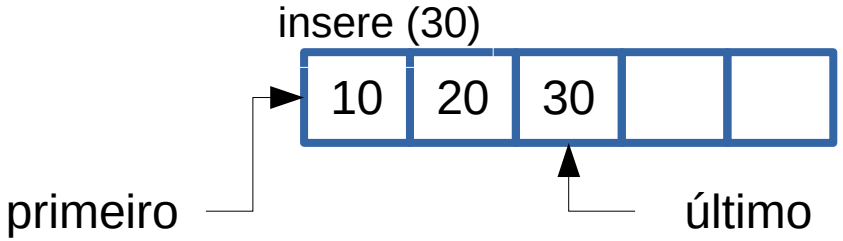

insere (40)
20
30
40
primeiro
último

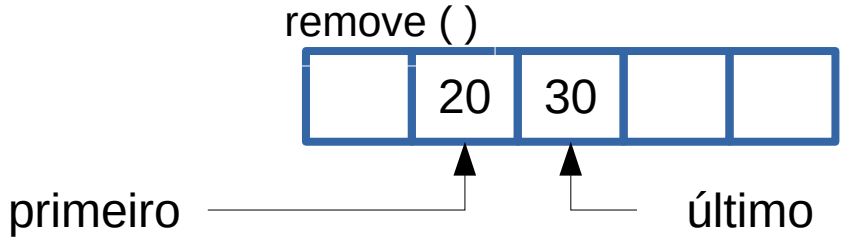

insere (50)
20
30
40
50
primeiro
último

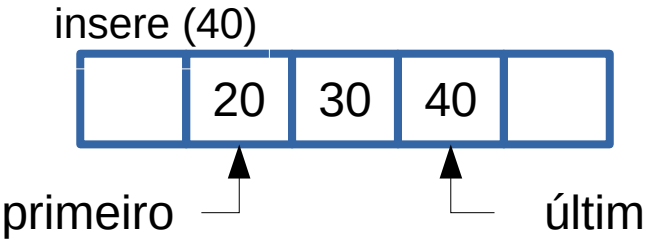
Fila

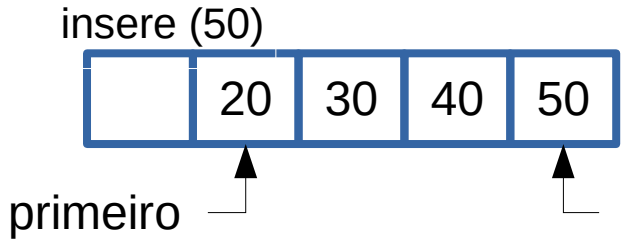

insere (10)
10
primeiro
último

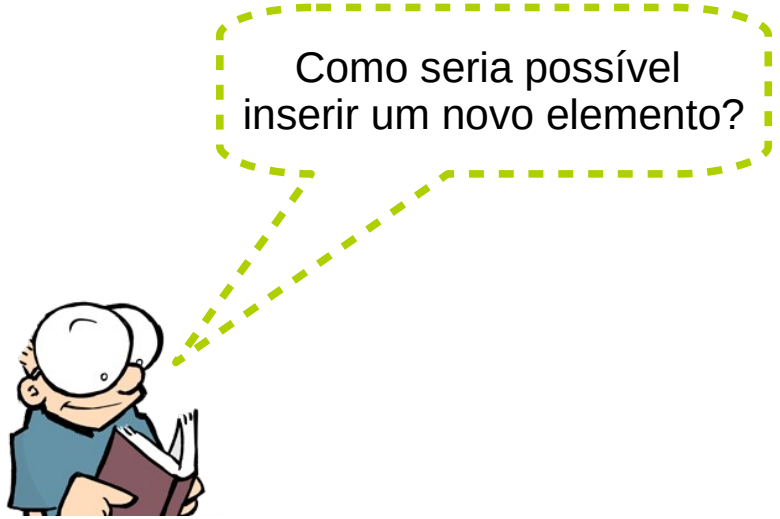

insere (20)
10
20
primeiro
último


insere (30)
10
20
30
primeiro
último

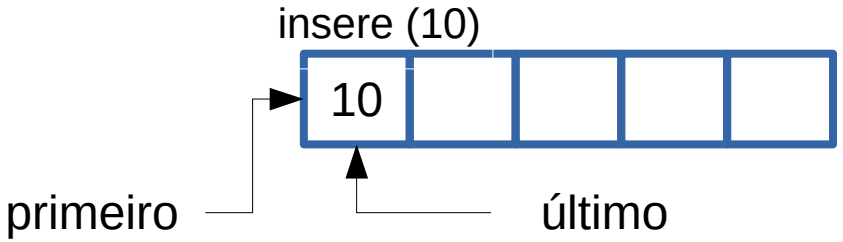

remove ( )
20
30
primeiro
último

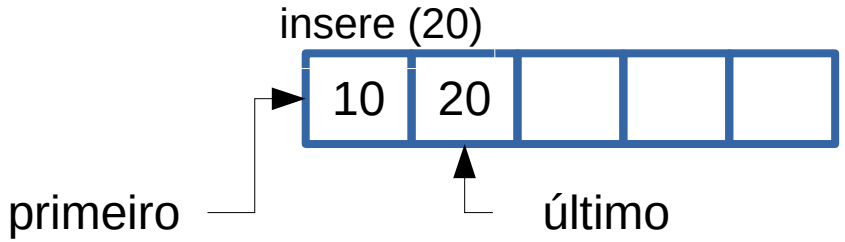

insere (40)
20
30
40
primeiro
último

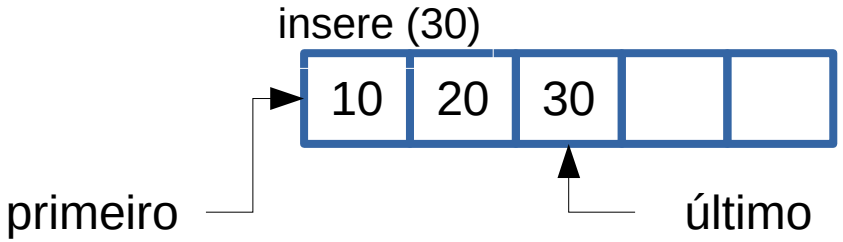

insere (50)
20
30
40
50
primeiro
último

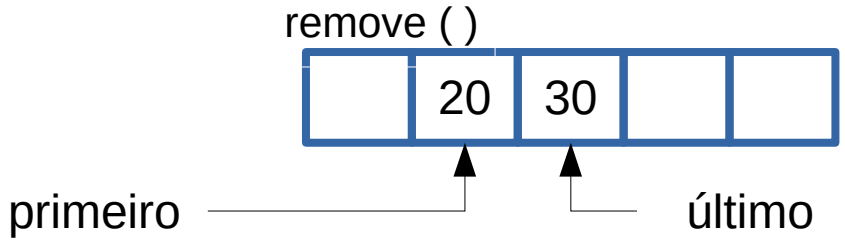

Como seria possível
inserir um novo elemento?

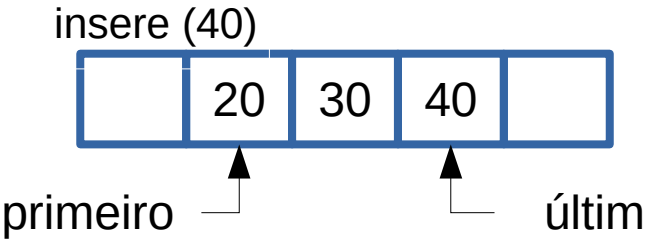
Fila

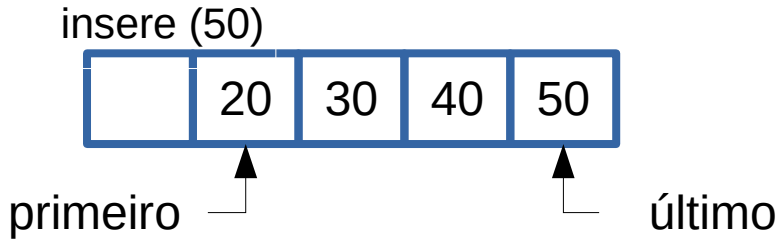

insere (10)
10
primeiro
último

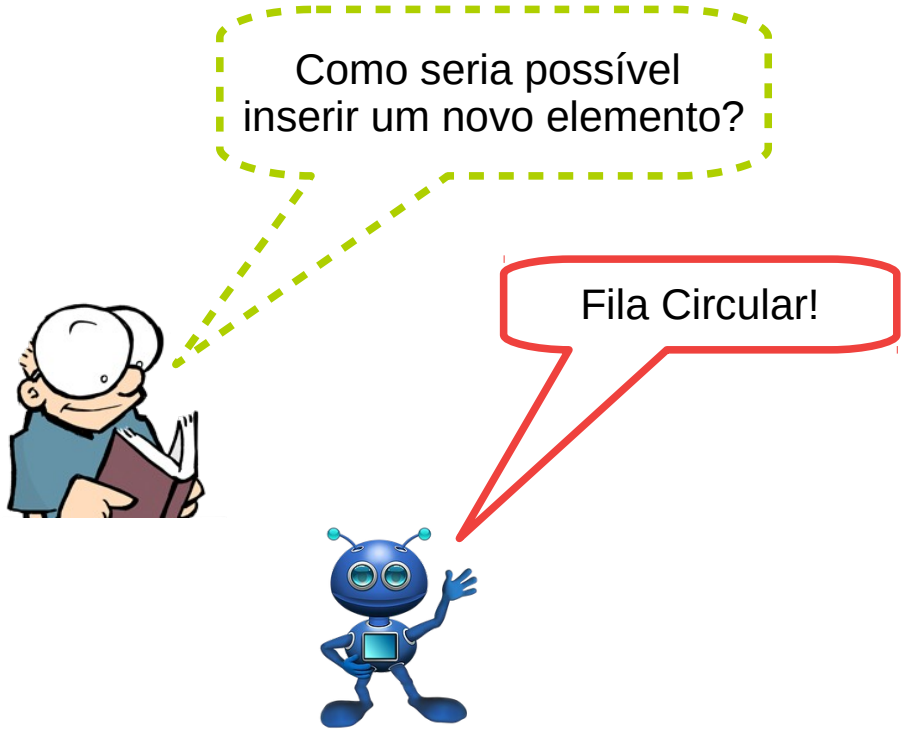

insere (20)
10
20
primeiro
último


insere (30)
10
20
30
primeiro
último


remove ( )
20
30
primeiro
último


insere (40)
20
30
40
primeiro
último


insere (50)
20
30
40
50
primeiro
último


Como seria possível
inserir um novo elemento?
Fila Circular!

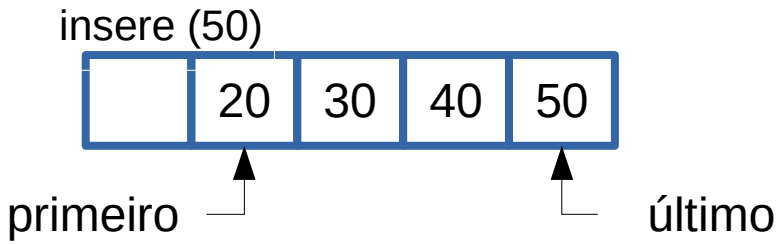
Fila Circular

Fila Circular

- Para evitar problemas de não ser capaz de inserir mais elementos na fila, mesmo quando ela não está cheia, as referências primeiro e último circundam até o início do vetor, resultando numa fila circular.

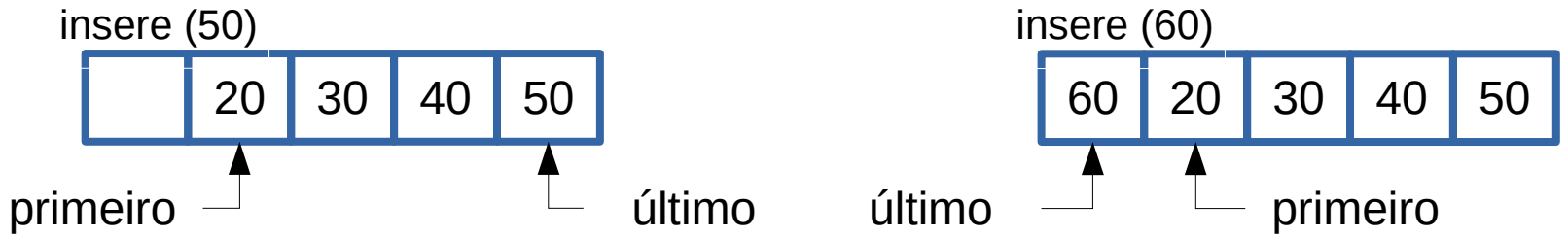
Fila Circular

- Para evitar problemas de não ser capaz de inserir mais elementos na fila, mesmo quando ela não está cheia, as referências primeiro e último circundam até o início do vetor, resultando numa fila circular.



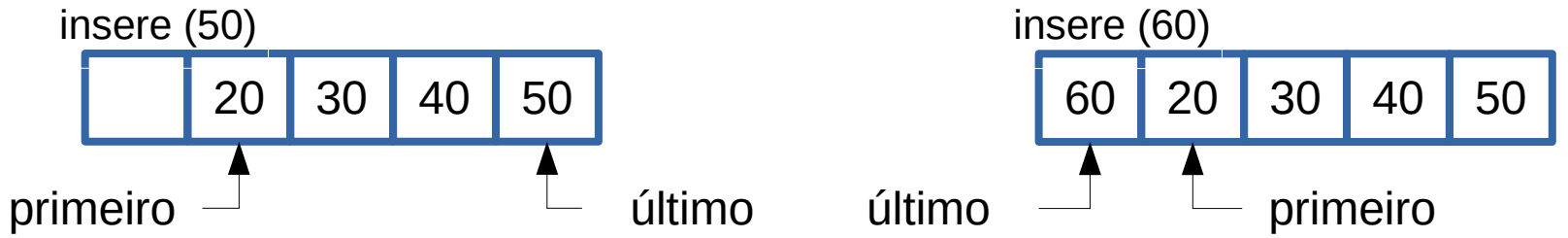
Fila Circular

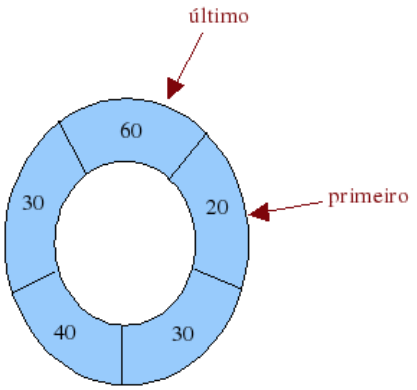
- Para evitar problemas de não ser capaz de inserir mais elementos na fila, mesmo quando ela não está cheia, as referências primeiro e último circundam até o início do vetor, resultando numa fila circular.



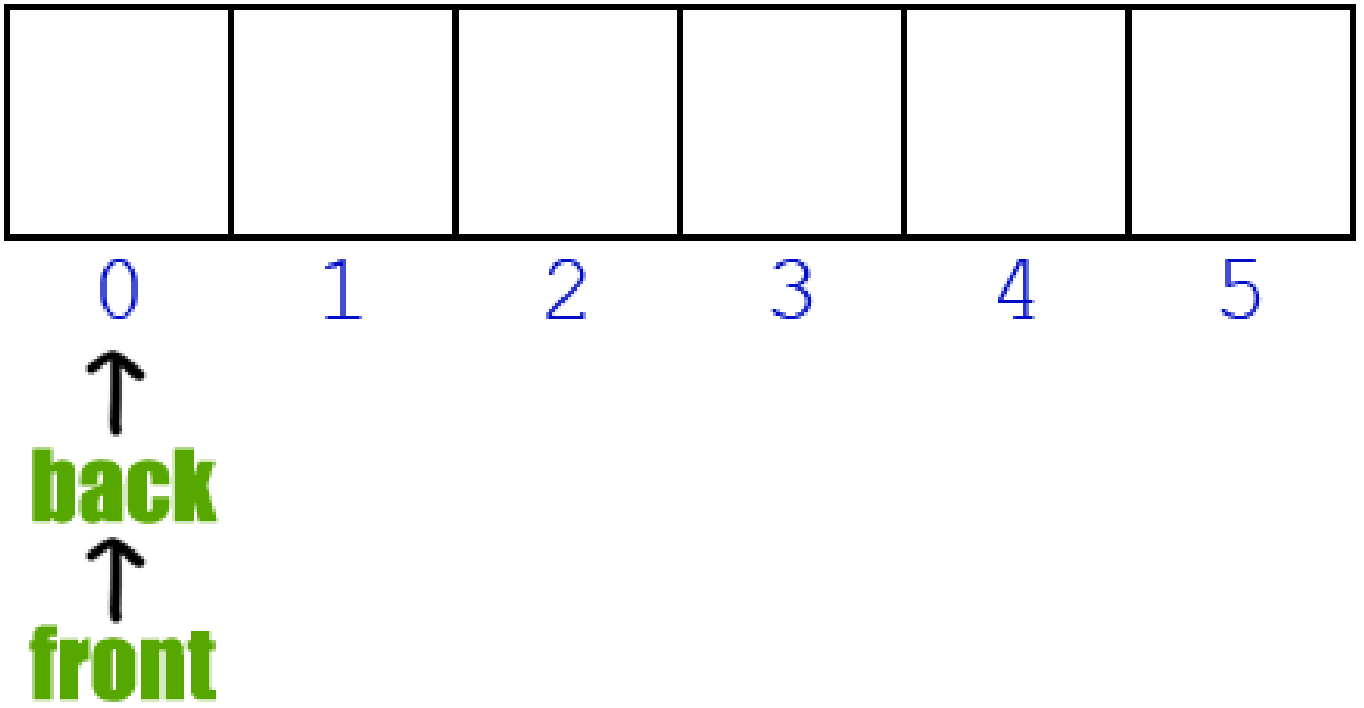
Fila Circular

- Para evitar problemas de não ser capaz de inserir mais elementos na fila, mesmo quando ela não está cheia, as referências primeiro e último circundam até o início do vetor, resultando numa fila circular.



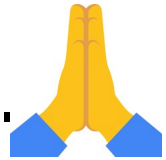


Fila Circular

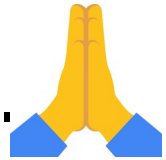


Fila Circular

Fila Circular

- Implementar uma fila circular **não** é difícil. 

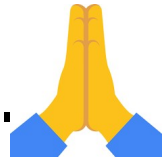
Fila Circular

- Implementar uma fila circular **não** é difícil. 
- Basta usar a seguinte aritmética:

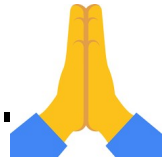
Fila Circular

- Implementar uma fila circular **não** é difícil.🙏
- Basta usar a seguinte aritmética:
  - f = (f + 1) % N

Fila Circular

- Implementar uma fila circular **não** é difícil. 
- Basta usar a seguinte aritmética:
  - f = (f + 1) % N
  - Exemplo:
    - Lista de tamanho (N) igual a 10 e índice do primeiro igual a 7.

Fila Circular

- Implementar uma fila circular **não** é difícil. 
- Basta usar a seguinte aritmética:
  - f = (f + 1) % N
  - Exemplo:
    - Lista de tamanho (N) igual a 10 e índice do primeiro igual a 7.
    - Para avançar, bastaria calcular f = (7 + 1) % 10 que é igual a 8. O que seria natural.

Fila Circular

- Implementar uma fila circular **não** é difícil. 
- Basta usar a seguinte aritmética:
  - f = (f + 1) % N
  - Exemplo:
    - Lista de tamanho (N) igual a 10 e índice do primeiro igual a 7.
    - Para avançar, bastaria calcular f = (7 + 1) % 10 que é igual a 8. O que seria natural.
    - Porém, quando o índice for 9, nós podemos calcular (9 + 1) % 10 que levará ao índice 0.

TAD Fila Circular

TAD Fila Circular

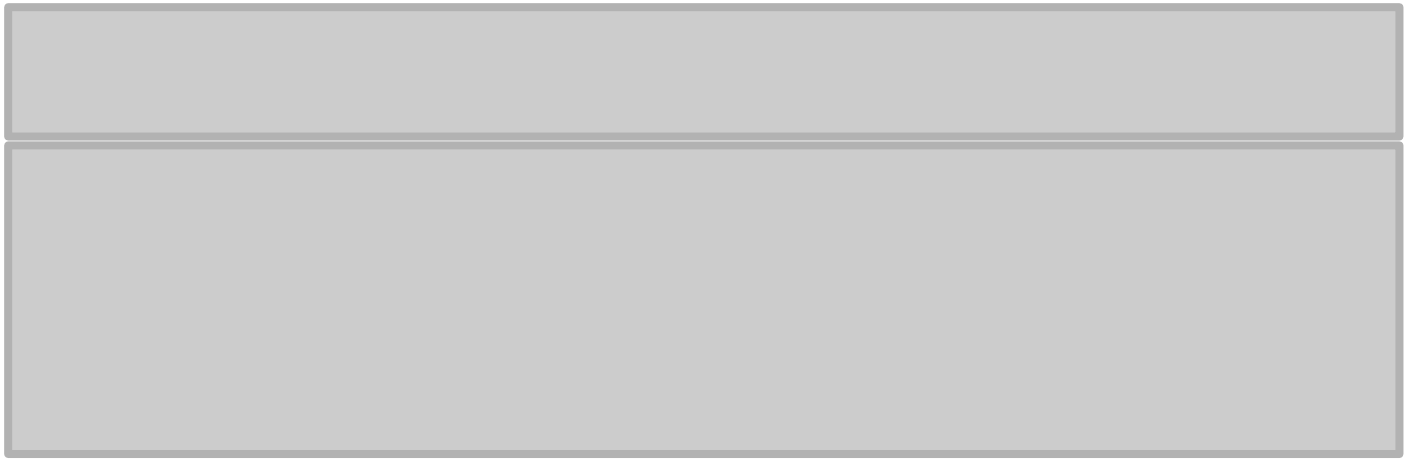
```
class ArrayQueue:
  """FIFO queue implementation using a Python list as underlying storage."""
  DEFAULT_CAPACITY = 10          # moderate capacity for all new queues
```

TAD Fila Circular

```
class ArrayQueue:
  """FIFO queue implementation using a Python list as underlying storage."""
  DEFAULT_CAPACITY = 10          # moderate capacity for all new queues

  def __init__(self):
    """Create an empty queue."""
    self._data = [None] * ArrayQueue.DEFAULT_CAPACITY
    self._size = 0
    self._front = 0
```

TAD Fila Circular

```
class ArrayQueue:
  """FIFO queue implementation using a Python list as underlying storage."""
  DEFAULT_CAPACITY = 10          # moderate capacity for all new queues

  def __init__(self):
    """Create an empty queue."""
    self._data = [None] * ArrayQueue.DEFAULT_CAPACITY
    self._size = 0
    self._front = 0

  def __len__(self):
    """Return the number of elements in the queue."""
    return self._size
```



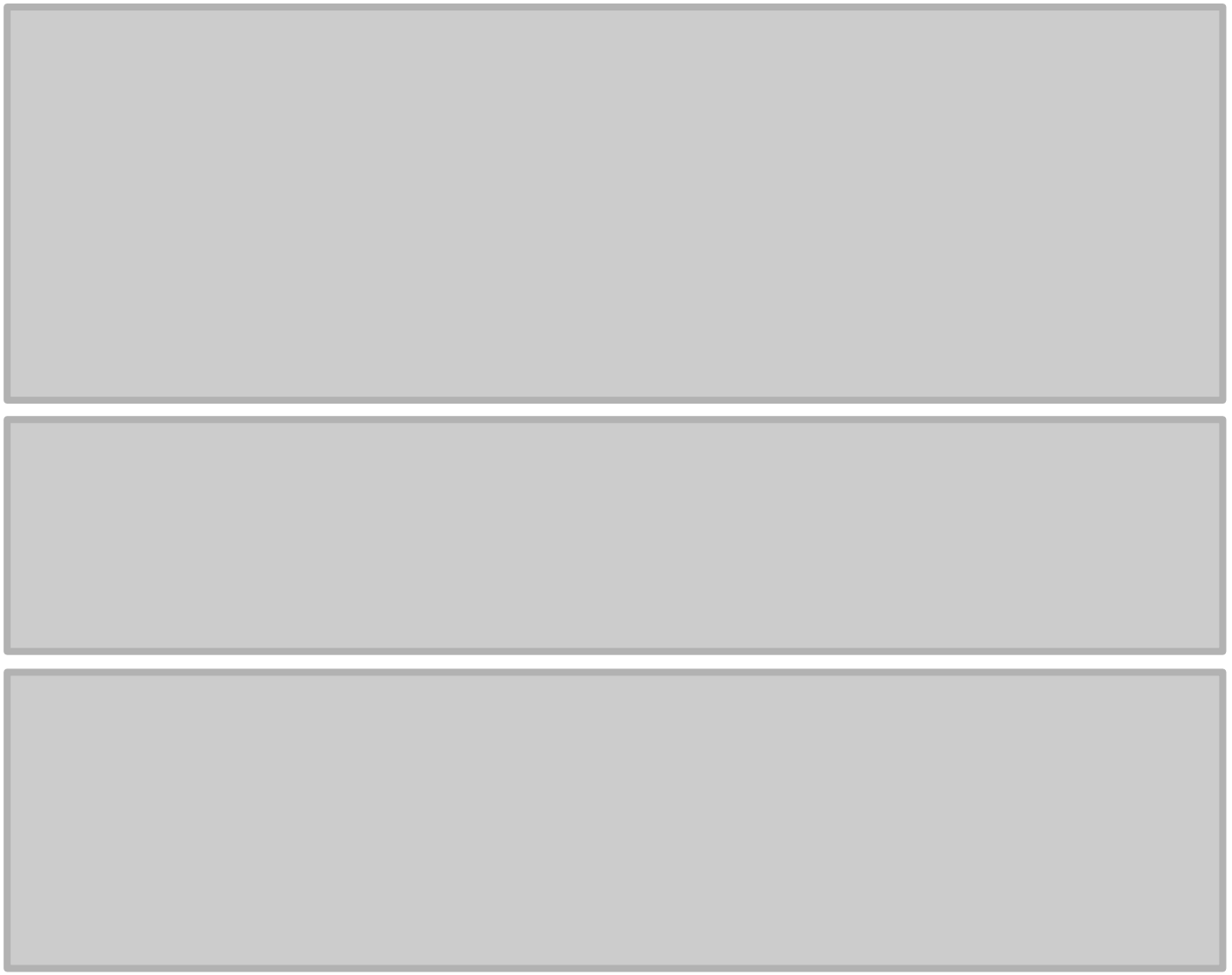
TAD Fila Circular

```
class ArrayQueue:
  """FIFO queue implementation using a Python list as underlying storage."""
  DEFAULT_CAPACITY = 10          # moderate capacity for all new queues

  def __init__(self):
    """Create an empty queue."""
    self._data = [None] * ArrayQueue.DEFAULT_CAPACITY
    self._size = 0
    self._front = 0

  def __len__(self):
    """Return the number of elements in the queue."""
    return self._size

  def is_empty(self):
    """Return True if the queue is empty."""
    return self._size == 0
```

TAD Fila Circular

```
class ArrayQueue:
  """FIFO queue implementation using a Python list as underlying storage."""
  DEFAULT_CAPACITY = 10          # moderate capacity for all new queues

  def __init__(self):
    """Create an empty queue."""
    self._data = [None] * ArrayQueue.DEFAULT_CAPACITY
    self._size = 0
    self._front = 0

  def __len__(self):
    """Return the number of elements in the queue."""
    return self._size

  def is_empty(self):
    """Return True if the queue is empty."""
    return self._size == 0

  def first(self):
    """Return (but do not remove) the element at the front of the queue.

    Raise Empty exception if the queue is empty.
    """
    if self.is_empty():
      raise Empty('Queue is empty')
    return self._data[self._front]
```

TAD Fila Circular



TAD Fila Circular

```
def dequeue(self):
  """Remove and return the first element of the queue (i.e., FIFO).

  Raise Empty exception if the queue is empty.
  """
  if self.is_empty():
    raise Empty('Queue is empty')
  answer = self._data[self._front]
  self._data[self._front] = None         # help garbage collection
  self._front = (self._front + 1) % len(self._data)
  self._size -= 1
  return answer
```

TAD Fila Circular

```
def dequeue(self):
  """Remove and return the first element of the queue (i.e., FIFO).

  Raise Empty exception if the queue is empty.
  """
  if self.is_empty():
    raise Empty('Queue is empty')
  answer = self._data[self._front]
  self._data[self._front] = None         # help garbage collection
  self._front = (self._front + 1) % len(self._data)
  self._size -= 1
  return answer

def enqueue(self, e):
  """Add an element to the back of queue."""
  if self._size == len(self._data):
    self._resize(2 * len(self.data))     # double the array size
  avail = (self._front + self._size) % len(self._data)
  self._data[avail] = e
  self._size += 1
```

TAD Fila Circular

```
def dequeue(self):
  """Remove and return the first element of the queue (i.e., FIFO).

  Raise Empty exception if the queue is empty.
  """
  if self.is_empty():
    raise Empty('Queue is empty')
  answer = self._data[self._front]
  self._data[self._front] = None         # help garbage collection
  self._front = (self._front + 1) % len(self._data)
  self._size -= 1
  return answer

def enqueue(self, e):
  """Add an element to the back of queue."""
  if self._size == len(self._data):
    self._resize(2 * len(self.data))     # double the array size
  avail = (self._front + self._size) % len(self._data)
  self._data[avail] = e
  self._size += 1

def _resize(self, cap):                  # we assume cap >= len(self)
  """Resize to a new list of capacity >= len(self)."""
  old = self._data                       # keep track of existing list
  self._data = [None] * cap              # allocate list with new capacity
  walk = self._front
  for k in range(self._size):            # only consider existing elements
    self._data[k] = old[walk]            # intentionally shift indices
    walk = (1 + walk) % len(old)         # use old size as modulus
  self._front = 0                        # front has been realigned
```

Aplicações

- Gerenciamento (*scheduling*) de CPU e de disco.
- Sincronização de transferência de dados entre dois processos.
- Sistemas de chamadas de *call center*.

Filas de Prioridade

Filas de Prioridade

- Definição

Filas de Prioridade

- Definição
  - Uma estrutura de dados onde cada elemento possui uma prioridade associada.

Filas de Prioridade

- Definição
  - Uma estrutura de dados onde cada elemento possui uma prioridade associada.
- Elementos com maior prioridade são atendidos antes daqueles com menor prioridade.

Filas de Prioridade

- Definição
  - Uma estrutura de dados onde cada elemento possui uma prioridade associada.
- Elementos com maior prioridade são atendidos antes daqueles com menor prioridade.
- Pode ser implementada usando **heaps** ou **listas**.

Filas de Prioridade

Filas de Prioridade

- Aplicações

Filas de Prioridade

- Aplicações
  - Gerenciamento de tarefas em sistemas operacionais.

Filas de Prioridade

- Aplicações
  - Gerenciamento de tarefas em sistemas operacionais.
  - Simulação de eventos (ex: simulações de linha de montagem).

Filas de Prioridade

- Aplicações
  - Gerenciamento de tarefas em sistemas operacionais.
  - Simulação de eventos (ex: simulações de linha de montagem).
  - Implementação de algoritmos de caminho mínimo, como Dijkstra.

Análise de Complexidade

Análise de Complexidade

- Filas Simples

Análise de Complexidade

- Filas Simples
  - Estrutura de dados simples e direta.

Análise de Complexidade

- Filas Simples
  - Estrutura de dados simples e direta.
  - Operações de inserção e remoção têm complexidade O(1).

Análise de Complexidade

- Filas Simples
  - Estrutura de dados simples e direta.
  - Operações de inserção e remoção têm complexidade O(1).
  - Limitações:

Análise de Complexidade

- Filas Simples
  - Estrutura de dados simples e direta.
  - Operações de inserção e remoção têm complexidade O(1).
  - Limitações:
    - Espaço pode ser subutilizado devido ao crescimento linear.

Análise de Complexidade

- Filas Simples
  - Estrutura de dados simples e direta.
  - Operações de inserção e remoção têm complexidade O(1).
  - Limitações:
    - Espaço pode ser subutilizado devido ao crescimento linear.
    - Não é ideal para tamanhos de dados grandes ou variáveis.

Análise de Complexidade

Análise de Complexidade

- Filas Circulares

Análise de Complexidade

- Filas Circulares
  - Resolvem o problema de subutilização do espaço em filas simples.

Análise de Complexidade

- Filas Circulares
  - Resolvem o problema de subutilização do espaço em filas simples.
  - Complexidade de tempo continua sendo O(1) para inserção e remoção.

Análise de Complexidade

- Filas Circulares
  - Resolvem o problema de subutilização do espaço em filas simples.
  - Complexidade de tempo continua sendo O(1) para inserção e remoção.
  - Limitações:

Análise de Complexidade

- Filas Circulares
  - Resolvem o problema de subutilização do espaço em filas simples.
  - Complexidade de tempo continua sendo O(1) para inserção e remoção.
  - Limitações:
    - Necessidade de calcular o índice circular, o que pode ser um *overhead* pequeno.

Análise de Complexidade

- Filas Circulares
  - Resolvem o problema de subutilização do espaço em filas simples.
  - Complexidade de tempo continua sendo O(1) para inserção e remoção.
  - Limitações:
    - Necessidade de calcular o índice circular, o que pode ser um *overhead* pequeno.
    - A capacidade total deve ser definida antecipadamente e não pode ser expandida facilmente.

Análise de Complexidade

Análise de Complexidade

- Filas de Prioridades

Análise de Complexidade

- Filas de Prioridades
  - Implementadas tipicamente com heaps.

Análise de Complexidade

- Filas de Prioridades
  - Implementadas tipicamente com heaps.
  - Inserção e remoção com complexidade **O(log n)**.

Análise de Complexidade

- Filas de Prioridades
  - Implementadas tipicamente com heaps.
  - Inserção e remoção com complexidade **O(log n)**.
  - Limitações:

Análise de Complexidade

- Filas de Prioridades
  - Implementadas tipicamente com heaps.
  - Inserção e remoção com complexidade **O(log n)**.
  - Limitações:
    - Mais complexas de implementar e entender do que filas simples ou circulares.

Análise de Complexidade

- Filas de Prioridades
  - Implementadas tipicamente com heaps.
  - Inserção e remoção com complexidade **O(log n)**.
  - Limitações:
    - Mais complexas de implementar e entender do que filas simples ou circulares.
    - Desempenho depende do balanceamento da heap.

Exercícios

- Descreva em suas próprias palavras o que é uma fila e como ela difere de uma pilha em termos de operação.
- Identifique e descreva uma situação do dia a dia ou um problema computacional onde o uso de uma fila seria mais apropriado do que outras estruturas de dados.
- Compare a complexidade de tempo para operações de inserção e remoção em filas simples, filas circulares e filas de prioridade. Explique por que essas complexidades podem influenciar a escolha de uma estrutura em diferentes cenários.

Exercícios

- Escreva uma classe em Python que implemente uma fila simples com operações de **enqueue**, **dequeue** e **is_empty**.

```python
class SimpleQueue:
    def __init__(self):
        self.queue = []

    def enqueue(self, item):
        self.queue.append(item)

    def dequeue(self):
        if self.is_empty():
            raise IndexError("Dequeue from empty queue")
        return self.queue.pop(0)

    def is_empty(self):
        return len(self.queue) == 0
```